
YouTube
قناة نيلز العراقي
دار المغرب للطباعة والنشر
الأستاذ
حيدر وليد
الفصل الثاني
القطوع المخروطية
1 القطع المكافئ
2 القطع الناقص
3 القطع الزائد
ملازم دار المغرب
YouTube
قناة نيلز العراقي



القطع المكافئ

1 — 2005 تمهيدي

باستخدام التعريف جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ومعادلة دليله $y=\sqrt{3}$

Sol:

بما ان معادلة الدليل $y=\sqrt{3}$

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$\sqrt{(x-0)^2+(y+\sqrt{3})^2}=\sqrt{(x-x)^2+(y-\sqrt{3})^2}$$

بالتربيع

$$x^2+y^2+2\sqrt{3}y+3=y^2-2\sqrt{3}y+3$$

$$x^2=-2\sqrt{3}y-2\sqrt{3}y$$

$$x^2=-4\sqrt{3}y$$

2 — 2006 دور (1)

جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ويمر بالنقطتين $(3,6),(-3,6)$ ثم جد معادلة دليله.

Sol:

$(3,6)$ ربع اول

$(-3,6)$ ربع ثاني

$$x^2=4py$$

$$(3)^2=4p(6)\Rightarrow 9=24p$$

$$\Rightarrow p=\frac{9}{24}\Rightarrow p=\frac{3}{8}$$

$$x^2=4\left(\frac{3}{8}\right)y$$

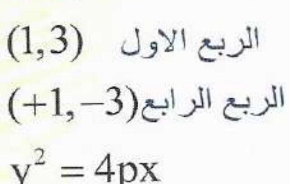
$x^2=\frac{3}{2}y$ معادلة القطع المكافئ

$y=-p\Rightarrow y=\frac{-3}{8}$ معادلة الدليل

3 — 2006 دور (2)

جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ويمر بالنقطتين $(1,-3),(1,3)$ ثم جد معادلة دليله.

Sol:



$(1,3)$ الربع الاول

$(+1,-3)$ الربع الرابع

$$y^2=4px$$

$$(3)^2=4p(1)$$

$$\Rightarrow 9=4p\Rightarrow p=\frac{9}{4}$$

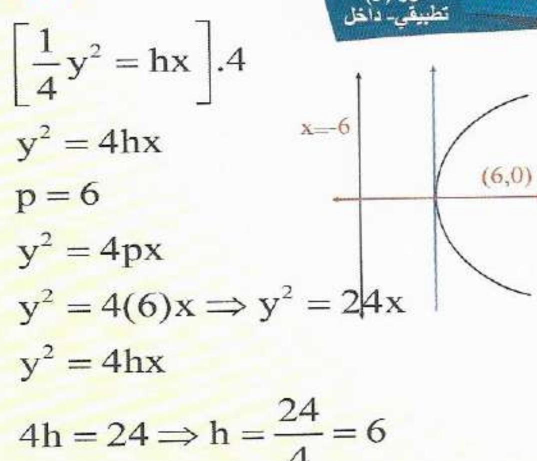
$$y^2=4\left(\frac{9}{4}\right)x\Rightarrow y^2=9x$$

$x=-p\Rightarrow x=\frac{-9}{4}$ معادلة الدليل

4 — 2008 تمهيدي، 2018 دور (3) تطبيقي- داخل

قطع مكافئ معادلته $\frac{1}{4}y^2=hx$ دليله يمر بالنقطة $(-6,3)$ جد قيمة h مع الرسم

Sol:



$$\left[\frac{1}{4}y^2=hx\right].4$$

$$y^2=4hx$$

$$p=6$$

$$y^2=4px$$

$$y^2=4(6)x\Rightarrow y^2=24x$$

$$y^2=4hx$$

$$4h=24\Rightarrow h=\frac{24}{4}=6$$

5 جد قيمة A وبؤرة ودليل القطع المكافئ الذي معادلته $Ax^2+8y=0$ المار بالنقطة (1,2)

2011 دور (1)

2019 دور (2) تطبيقي

Sol:

$Ax^2+8y=0$

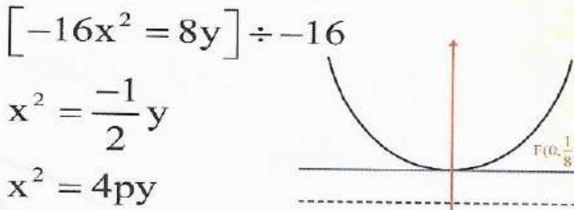
نعوض (2,1) في معادلة $A(1)^2+8(2)=0$

$\Rightarrow A+16=0 \Rightarrow A=-16$

$-16x^2+8y=0$

$[-16x^2=8y]\div -16$

$x^2=\frac{-1}{2}y$



$x^2=4py$

$\left[4p=\frac{1}{2}\right]\div 4 \Rightarrow p=\frac{1}{8}$



$F(0,\frac{-1}{8})$ البؤرة



$y=\frac{1}{8}$ معادلة الدليل

6 جد معادلة القطع الناقص الذي يمر دليله بالنقطة $(2,-1)$ ويكون موازي لمحور الصادات ورأسه في نقطة الاصل



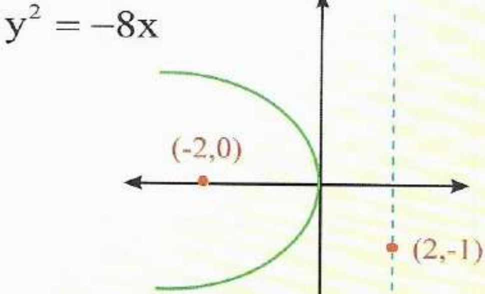
Sol:

$P=2$

$y^2=-4Px$

$y^2=-4(2)x$

$y^2=-8x$



7 باستخدام التعريف جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ومعادلة دليله $2y-4=0$ ؟

2018 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol: $2y-4=0$

$2y=4$

$y=2$ معادلة الدليل

$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$\sqrt{(x-0)^2+(y+2)^2}=\sqrt{(x-x)^2+(y-2)^2}$

$x^2+\cancel{y^2}+4y+\cancel{4}=\cancel{y^2}-4y+\cancel{4}$

$x^2=-8y$ معادلة القطع المكافئ

8 جد معادلة القطع المكافئ بطريقة التعريف اذا كانت بؤرته هي البؤرة اليمنى للقطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$



Sol:

$a^2=100\ ,\ b^2=64$

$a^2=b^2+c^2$

$100=64+c^2$

$c^2=36 \Rightarrow c=6$

اليمنى $F_1(6,0)$

$F(6,0)\ ,\ F(-6,0)$

$L_1=L_2$

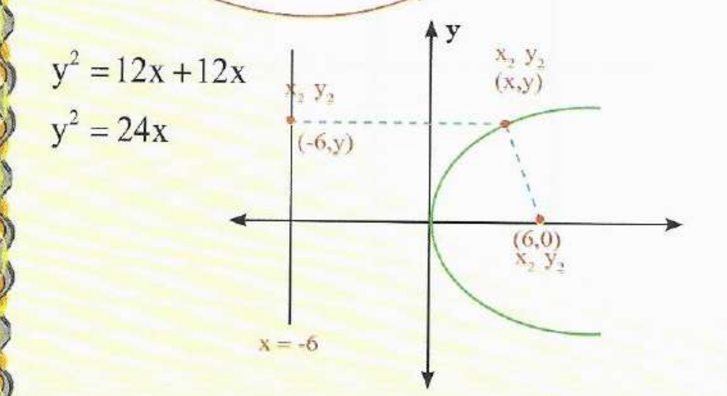
$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$\sqrt{(x-6)^2+(y-0)^2}=\sqrt{(x+6)^2+(y-y)^2}$

$\cancel{x^2}-12x+\cancel{36}+y^2=\cancel{x^2}+12x+\cancel{36}=0$

$y^2=12x+12x$

$y^2=24x$



9 — 2020 دور (1) تطبيقي

جد معادلة القطع المكافئ حسب التعريف اذا علمت ان بؤرته $(\sqrt{3},0)$ ورأسه نقطة الاصل

$$L_1 = L_2$$

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

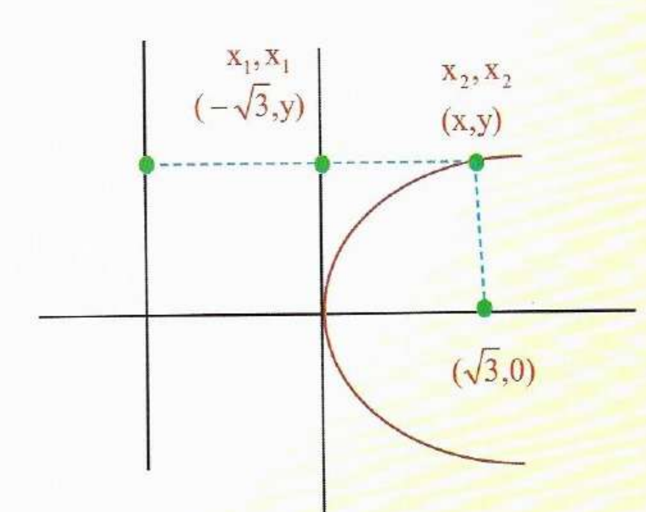
$$\sqrt{(x-\sqrt{3})^2+(y-0)^2}=\sqrt{(x+\sqrt{3})^2+(y-y)^2}$$

$$\cancel{x^2}-2\sqrt{3}x+\cancel{3}+y^2=\cancel{x^2}+2\sqrt{3}x+\cancel{3}$$

$$-2\sqrt{3}x+y^2=2\sqrt{3}x$$

$$y^2=2\sqrt{3}x+2\sqrt{3}x$$

$$y^2=4\sqrt{3}x$$



10 — 2020 تمهيدي تطبيقي

جد معادلة القطع المكافئ الذي دليله يمر بالنقطة (-2,5) والرأس نقطة الاصل علما ان بؤرته تنتمي لاحد المحورين

الاحتمال الاول تنتمي الى محور السينات

القطع نحو اليمين $P=2$

$$y^2=4Px$$

$$y^2=4(2)x$$

$$y^2=8x$$

الاحتمال الثاني تنتمي الى محور الصادات

القطع نحو الاسفل $P=5$

$$x^2=-4Py$$

$$x^2=-4(5)y$$

$$x^2=-20y$$

القطع الناقص

1 (1998 دور (2)) (2017 دور (2) تطبيقي- خارج)

قطع ناقص معادلته $hx^2+ky^2 = 36$ مركزه نقطة الاصل ومجموع مربعي طولي محوريه يساوي(60) واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 = 4\sqrt{3}x$ ما قيمة كل من $h, k, \in R$

Sol:

$y^2 = 4\sqrt{3}x$

$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 4\sqrt{3} \Rightarrow p = \sqrt{3}$

$\underset{\text{المكافئ}}{p} = \underset{\text{الناقص}}{c} \Rightarrow c = \sqrt{3}$

بؤرتي القطع الناقص $(\sqrt{3},0)(-\sqrt{3},0)$

$(2a)^2 + (2b)^2 = 60$

$\left[4a^2 + 4b^2 = 60\right] \div 4$

$a^2 + b^2 = 15 \Rightarrow a^2 = 15 - b^2 ......(1)$

$a^2 = b^2 + c^2 ......(2)$

نعوض قيمة (1) في (2)

$15 - b^2 = b^2 + 3$

$2b^2 = 12 \Rightarrow b^2 = 6$

$a^2 = 15 - b \Rightarrow a^2 = 15 - 6 = 9$

$\left[hx^2 + ky^2 = 36\right] \div 36$

$\dfrac{x^2}{\frac{36}{h}} + \dfrac{y^2}{\frac{36}{k}} = 1$

(2017 دور (2) احيائي - داخل)

$a^2 = \dfrac{36}{h} \Rightarrow 9 = \dfrac{36}{h} \Rightarrow h = 4$

$b^2 = \dfrac{36}{k} \Rightarrow 6 = \dfrac{36}{k} \Rightarrow k = 6$

2 (1999 دور (2)) (2017 دور (1) خارج القطر)

النقطة $(\frac{1}{3},2)$ تنتمي الى القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل وبؤرته تنتمي الى محور السينات والتي هي احدى بؤرتي القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل والنسبة بين طولي محوريه $(\frac{5}{4})$ جد معادلة القطعين المكافئ والناقص

Sol:

$y^2 = 4px$ نعوض $(\frac{1}{3},2)$

$(2)^2 = 4p\left(\dfrac{1}{3}\right) \Rightarrow 4 = \dfrac{4p}{3}$

$4p = 12 \Rightarrow p = 3$

$y^2 = 4(3)x \Rightarrow y^2 = 12x$

معادلة القطع المكافئ

$\underset{\text{المكافئ}}{p} = \underset{\text{الناقص}}{c}$

$\dfrac{2a}{2b} = \dfrac{5}{4} \Rightarrow [4a = 5b] \div 4$

$a = \dfrac{5}{4}b..........(1)$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow (\dfrac{5}{4}b)^2 = b^2 + (3)^2$

$\left[\dfrac{25}{16}b^2 = b^2 + 9\right].16$

$25b^2 = 16b^2 + 144$

$25b^2 - 16b^2 = 144$

$\left[9b^2 = 144\right] \div 9 \Rightarrow b^2 = 16$

$b = 4$

نعوض في معادلة (1)

$a = \dfrac{5}{4}b \Rightarrow a = (\dfrac{5}{4})4$

$a = 5 \Rightarrow a^2 = 25$

$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

$\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2+8x=0$ علما ان القطع الناقص يمر بالنقطة $(2\sqrt{3},\sqrt{3})$

3

2000 دور (1)
2014 دور (2)
2018 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol:

$$y^2=-8x$$

$$y^2=-4px \Rightarrow 4p=8 \Rightarrow p=2$$

$$\underset{\text{المكافئ}}{p}=\underset{\text{الناقص}}{c} \Rightarrow c=2 \Rightarrow c^2=4$$

بؤرتي القطع الناقص $(-2,0),(2,0)$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

2017 تمهيدي تطبيقي-احيائي

نعوض $(2\sqrt{3},\sqrt{3})$ في معادلة

$$\frac{(2\sqrt{3})^2}{a^2}+\frac{(\sqrt{3})^2}{b^2}=1$$

2018 دور (2) احيائي - خارج

$$\left[\frac{12}{a^2}+\frac{3}{b^2}=1\right].\ a^2b^2$$

$$12b^2+3a^2=a^2b^2 \ldots\ldots (1)$$

$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow a^2=b^2+4 \ldots\ldots (2)$$

نعوض قيمة (2) في (1)

$$12b^2+3(b^2+4)=(b^2+4)b^2$$

$$12b^2+3b^2+12=b^4+4b^2$$

$$b^4+4b^2-12b^2-3b^2-12=0$$

$$b^4-11b^2-12=0$$

$$(b^2-12)(b^2+1)$$

اما $b^2-12=0 \Rightarrow b^2=12$

نعوضها في (2)

$$a^2=12+4=16$$

او $b^2+1=0 \quad \notin R$ تهمل

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور السينات والمسافة بين بؤرتيه تساوي 8 وحدات ومجموع طولي محوريه يساوي 16 وحدة.

4

2002 دور (1)

Sol:

$$2c=8 \Rightarrow c=4$$

$$[2a+2b=16]\div 2 \Rightarrow a+b=8$$

$$a=8-b \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$a^2=b^2+c^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$(8-b)^2=b^2+(4)^2$$

$$64-16b+\cancel{b^2}=\cancel{b^2}+16$$

$$16b=64-16 \Rightarrow [16b=48]\div 16$$

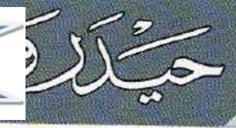
$$b=\frac{48}{16} \Rightarrow b=3$$

نعوض قيمة (b) في (1)

$$a=8-3 \Rightarrow a=5$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$$ معادلة القطع الناقص



5 جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $F_1(2,0)$, $F_2(-2,0)$ والعدد الثابت يساوي 6

2003 دور (1)

Sol :

$c=2 \Rightarrow c^2=4$

$2a=6 \Rightarrow a=3 \Rightarrow a^2=9$

$a^2=b^2+c^2$

$9=b^2+4$

$b^2=9-4$

$b^2=5$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

6 قطع ناقص معادلته $x^2+4y^2=4$ جد طولي محوريه واحداثيي راسيه وبؤرتيه

2003 دور (1)

Sol :

$[x^2+4y^2=4]\div 4$

$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$

$a^2=4 \Rightarrow a=2$

$b^2=1 \Rightarrow b=1$

$a^2=b^2+c^2$

$4=1+c^2 \Rightarrow c^2=3 \Rightarrow c=\sqrt{3}$

$2a=4$ طول المحور الكبير

$2b=2$ طول المحور الصغير

$(2,0),(-2,0)$ رأسي القطع الناقص

$(\sqrt{3},0),(-\sqrt{3},0)$ بؤرتي القطع الناقص

7 جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $x^2=24y$ والفرق بين طولي محوريه يساوي 4 وحدات طول

2004 دور (1)

2015 دور (2) خارج

Sol :

$x^2=24y$

$x^2=4py \Rightarrow 4p=24 \Rightarrow p=6$

$p=c \Rightarrow c=6 \Rightarrow c^2=36$

$(0,\mp 6)$ بؤرتي القطع الناقص

$2a-2b=4 \Rightarrow a-b=2$

$a=2+b$ ....(1)

$a^2=b^2+c^2$ ....(2)

نعوض قيمة (2) في (1)

$(2+b)^2=b^2+36$

$4+4b+b^2=b^2+36$

$4b=32$

$b^2=64 \Rightarrow b=8$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a=2+8 \Rightarrow a=10$

$a^2=100$

$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$

$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{100}=1$ معادلة القطع الناقص



جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور السينات والمسافة بين بؤرتيه تساوي 6 وحدات والفرق بين طولي محوريه وحدتا طول ؟

8 2005 دور (1)

Sol:

$2c = 6 \Rightarrow c = 3$

$[2a - 2b = 2] \div 2 \Rightarrow a - b = 1$

$a = 1 + b$ .... (1)

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow (1+b)^2 = b^2 + (3)^2$

$1 + 2b + b^2 = b^2 + 9 \Rightarrow 2b = 9 - 1$

$[2b = 8] \div 2 \Rightarrow b = 4$

2018 تمهيدي/تطبيقي

$a = 1 + b$

$a = 1 + 4 \Rightarrow a = 5$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة القطع الناقص

لتكن $y^2 + 12x = 0$, $y^2 - 12x = 0$ معادلتي قطعين مكافئين جد بؤرة كل منهما ومعادلة دليله ثم جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطعين المكافئين وطول محوره الصغير يساوي 10 وحدات طول

9 2005 دور (2)

Sol:

$y^2 = 12x$, $y^2 = 4px$

$4p = 12 \Rightarrow p = 3$

$y^2 = -12x$, $y^2 = -4px$

$4p = 12 \Rightarrow p = 3$

$p = c \Rightarrow c = 3 \Rightarrow c^2 = 9$

المكافئ الناقص

$(3,0), (-3,0)$ بؤرتي القطع الناقص

$2b = 10 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow b^2 = 25$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 25 + 9 \Rightarrow a^2 = 34$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

2019 دور (3) تطبيقي

$\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$ معادلة القطع الناقص



جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور السينات والمسافة بين بؤرتيه تساوي 12 وحدة والفرق بين طولي محوريه يساوي 4 وحدات طول

10 — 2006 تمهيدي

Sol:

$2c = 12 \Rightarrow c = 6$ على محور السينات

$[2a - 2b = 4] \div 2 \Rightarrow a - b = 2$

$a = 2 + b$ .... (1)

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow (2+b)^2 = b^2 + (6)^2$

$4 + 4b + b^2 = b^2 + 36$

$4b = 36 - 4 \Rightarrow [4b = 32] \div 4$

$b = \frac{32}{4} \Rightarrow b = 8$ نعوض قيمة (b) في (1)

$a = 2 + 8 = 10$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

معادلة القطع الناقص

قطع ناقص معادلته $4x^2 + 2y^2 = k$ والبعد بين بؤرتيه $2\sqrt{3}$ وحدة طول جد قيمة k

11 — 2008 دور (1)

Sol:

$2c = 2\sqrt{3} \Rightarrow c = \sqrt{3}$

$[4x^2 + 2y^2 = k] \div k$

$\frac{x^2}{\frac{k}{4}} + \frac{y^2}{\frac{k}{2}} = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{k}{2}, b^2 = \frac{k}{4}$

بما ان قيمة البسط متساوية فان اكبرهما هو الاصغر مقاماً $\therefore \frac{k}{4} < \frac{k}{2}$

$a^2 = b^2 + c^2$

$\frac{k}{2} = \frac{k}{4} + (\sqrt{3})^2$

$\left[\frac{k}{2} = \frac{k}{4} + 3\right].4$

$2k = k + 12 \Rightarrow k = 12$

جد معادلة القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 = -8x$ وطول محوره الكبير يساوي ثلاثة امثال طول محوره الصغير

12 — 2010 تمهيدي

Sol:

$y^2 = -8x$

$y^2 = -4px \Rightarrow 4p = 8 \Rightarrow p = 2$

$p_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الناقص}} \Rightarrow c = 2 \Rightarrow c^2 = 4$

$(2,0), (-2,0)$ بؤرتي القطع الناقص

$2a = 3(2b) \Rightarrow a = 3b$ .... (1)

$a^2 = b^2 + c^2$ .... (2)

نعوض قيمة (1) في (2)

$(3b)^2 = b^2 + 4$

$9b^2 = b^2 + 4 \Rightarrow 8b^2 = 4$

$b^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{\sqrt{2}}$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a = 3\frac{1}{\sqrt{2}}$

$a = \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow a^2 = \frac{9}{2}$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{\frac{9}{2}} + \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$

$\frac{2x^2}{9} + \frac{2y}{1} = 1$ معادلة القطع الناقص

13

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل ومحوره على المحورين الاحداثيين ويمر ببؤرة القطع المكافئ $y^2-16x=0$ ومساحة منطقة القطع الناقص تساوي 20π وحدة مساحة

2010 دور (1)

Sol:

$$y^2=16x$$

$$y^2=4px \Rightarrow 4p=16 \Rightarrow p=4$$

$4=p$ اما a او b

$$ab\pi=20\pi \Rightarrow ab=20$$

اما $a=4 \Rightarrow 4b=20$

تهمل $b=5$

او $b=4 \Rightarrow 4a=20 \Rightarrow a=5$

$$a^2=25$$

$$\therefore\ b=4 \Rightarrow b^2=16$$

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$$ معادلة القطع الناقص

b القطب على محور السينات

فأن البؤرتين والرأسين على محور الصادات

14

اذا كانت $ky^2+3x^2=z$ معادلة قطع ناقص بؤرتاه على محور السينات ويمر بالنقطة تقاطع المستقيم $2x+y=\sqrt{3}$ مع المحور الصادي علماً ان مساحة منطقته $2\sqrt{3}\pi$ وحدة مساحة جد قيمتي k,z

2010 دور (2)

Sol:

$2x+y=\sqrt{3}$ $\quad x=0$ مع محور الصادي

$$y=\sqrt{3} \Rightarrow (0,\sqrt{3})$$

$b=\sqrt{3}$ لان البؤرة على محور السينات

$$A=ab\pi$$

$$2\sqrt{3}\pi=ab\pi$$

$$2\sqrt{3}\pi=\sqrt{3}a\pi$$

$$a=2$$

$$\left[ky^2+3x^2=z\right]\div z$$

$$\frac{y^2}{\frac{z}{k}}+\frac{x^2}{\frac{z}{3}}=1$$

$$a^2=\frac{z}{3}\ ,\ b^2=\frac{z}{k}$$

$$(2)^2=\frac{z}{3}$$

$$4=\frac{z}{3} \Rightarrow z=12$$

$$b^2=\frac{z}{k}$$

$$(\sqrt{3})^2=\frac{12}{k}$$

$$3=\frac{12}{k} \Rightarrow 3k=12$$

$$k=4$$

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور السينات ومركزه نقطة الاصل ومساحة منطقته 7π وحدة ومحيطه يساوي 10π وحدة

15

2011 دور (2)
2015 دور (4) رصافة
2018 دور (1) احيائي - داخل

Sol:

$A = ab\pi$

$7\pi = ab\pi$

$7 = ab \Rightarrow a = \frac{7}{b}$ .... (1)

$p=2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \Rightarrow 10\pi = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

$5 = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ بالتربيع

$\frac{a^2+b^2}{2} = 25$

$a^2+b^2 = 50$........(2)

نعوض قيمة (1) في (2)

$\left(\frac{7}{b}\right)^2 + b^2 = 50$

$\left[\frac{49}{b^2} + b^2 = 50\right].b^2$

$49 + b^4 = 50b^2$

$b^4 - 50b^2 + 49 = 0$

$(b^2-49)(b^2-1) = 1$

either $b^2 - 49 = 0 \Rightarrow b^2 = 49$ بالجذر

$b = 7$

$a > b$ يهمل لان $a=\frac{7}{7}=1$

or $b^2 - 1 = 0 \Rightarrow b^2 = 1$ بالجذر

$b = 1$

$a=\frac{7}{1} = 7$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{1} = 1$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين ويقطع من محور السينات جزءاً طوله 8 وحدات ومساحة منطقته 24π وحدة مساحة.

16

2012 دور (2)

Sol:

$A = ab\pi \Rightarrow 24\pi = ab\pi \Rightarrow ab = 24$

$a = \frac{24}{b}$ ......(1)

يقطع محور السينات جزءاً طوله 8 وحدات

اما a او b

اما $2a=8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow 4 = \frac{24}{b}$

$4b = 24$

$b = 6$ يهمل

او $2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$

$a = \frac{24}{4} = 6$

$a^2 = 36$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$

معادلة القطع الناقص لان b يقطع محور السينات .

اذن البؤرة على محور الصادات



17

قطع ناقص رأساه $(\pm5,0)$ واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل والمار دليله بالنقطة $(-3,4)$ جد معادلة القطعين المكافئ والناقص

2018 دور (1) احيائي - خارج
2012 دور (1) خارج

Sol:

$a = 5$ تقع على محور السينات

اذن بؤرتي القطعين المكافئ والناقص على محور السينات

دليل القطع المكافئ يمر بالنقطة $(-3,4)$

$x = -3$ معادلة الدليل

$F(3,0)$ بؤرة القطع المكافئ $\Rightarrow p = 3$

$y^2 = 4(3)x \Rightarrow y^2 = 12x$ معادلة القطع المكافئ

$\underset{\text{الناقص}}{p} = \underset{\text{المكافئ}}{c} \Rightarrow c = 3 \Rightarrow c^2 = 9$

$a^2 = b^2 + c^2$

$25 = b^2 + 9 \Rightarrow b^2 = 16$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ معادلة القطع الناقص

18

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $x^2 = 24y$ ومجموع طولي محوريه (36) وحدة

2012 تمهيدي
2017 دور (2) احيائي - خارج

Sol:

$x^2 = 24y$

$x^2 = 4py \Rightarrow 4p = 24 \Rightarrow p = 6$

$\underset{\text{المكافئ}}{p} = \underset{\text{الناقص}}{c} \Rightarrow c = 6 \Rightarrow c^2 = 36$

$(0,6),(0,-6)$ بؤرتي القطع الناقص

$2a + 2b = 36 \Rightarrow a + b = 18$

$a = 18 - b$ .... (1)

$a^2 = b^2 + c^2$ .... (2)

نعوض قيمة (1) في (2)

$(18 - b)^2 = b^2 + 36$

$324 - 36b + b^2 = b^2 + 36$

$36b = 324 - 36 \Rightarrow 36b = 288$

$b = \frac{288}{36} \Rightarrow b = 8 \Rightarrow b^2 = 64$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a = 18 - 8$

$a = 10 \Rightarrow a^2 = 100$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

2019 تمهيدي-احيائي

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي تقع بؤرتاه على محور السينات ومركزه نقطة الاصل والنسبة بين طولي محوريه كنسبة 1:2 ويقطع القطع المكافئ $y^2 = 8x$ عند $x = 2$

19

2013 دور (1) خارج

Sol:

$$y^2 = 8x \qquad x = 2$$

$$y^2 = 16 \Rightarrow y = \mp 4$$

$$(2,4),(2,-4)$$

$$\frac{2b}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = 4b$$

$$a = 2b \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{(2b)^2} + \frac{16}{b^2} = 1$$

$$\frac{4}{4b^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$$

$$\frac{17}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 17 \Rightarrow b = \sqrt{17}$$

نعوض قيمة (b) في (1)

$$a = 2\sqrt{17} \Rightarrow a^2 = 68$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{68} + \frac{x^2}{17} = 1 \quad \text{معادلة القطع الناقص}$$

جد معادلة القطع الناقص الذي احد بؤرتيه تبعد عن نهايتي محوره الكبير بالعددين 5,1 على الترتيب وبؤرتاه تقعان على محور الصادات مركزه نقطة الاصل.

20

2014 نازحين

Sol:

$$2a = 1 + 5 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$2c = 5 - 1 \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$(3)^2 = b^2 + (2)^2 \Rightarrow 9 = b^2 + 4$$

$$b^2 = 9 - 4 \Rightarrow b^2 = 5$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad \text{معادلة القطع الناقص}$$

21 — 2014 دور (4) الانبار

اذا كانت $e+id=\frac{4+2i}{1-i}$ جد معادلة القطع الناقص الذي احد بؤرتيه $(0,d)$ وطول محوره الكبير يساوي $2\|e+id\|$

Sol:

$$e+id=\frac{4+2i}{1-i}.\frac{1+i}{1+i}=\frac{4+4i+2i-2}{(1)^2+(1)^2}$$

$$=\frac{2+6i}{2}=1+3i$$

$$e=1\ ,\ d=3$$

$$2\|e+id\|=2\|1+3i\|$$

$$=2\sqrt{1+9}=2\sqrt{10}$$

$(0,d)=(0,3)$ احدى بؤرتي القطع الناقص

$$c=3\Rightarrow c^2=9$$

$$2a=2\sqrt{10}\Rightarrow a=\sqrt{10}\Rightarrow a^2=10$$

$$a^2=b^2+c^2$$

2016 نازحين

$$10=b^2+9$$

$$b^2=10-9$$

$$b^2=1\Rightarrow b=1$$

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

$$\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{10}=1$$ معادلة القطع الناقص

22 — 2014 تمهيدي

جسر على شكل نصف قطع ناقص المسافة بين نهايتي قاعدته $(24m)$ وارتفاعه $(9m)$
جد ارتفاع الجسر عند النقطة التي تبعد عن بدايته $(6m)$

Sol:

$$2a=24\Rightarrow a=12\Rightarrow a^2=144$$

$$b=9\Rightarrow b^2=81$$

بما ان اي نقطة تقع على القطع الناقص تحقق معادلته فان النقطة التي عند بداية الجسر 6m هي النقطة التي تبعد عن نقطة الاصل 6m ايضاً اي ان احداثييها السيني يساوي 6 والمطلوب الارتفاع الذي يمثل الاحداثي صادي للنقطة.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\Rightarrow\frac{36}{144}+\frac{y^2}{81}=1$$

$$\frac{1}{4}+\frac{y^2}{81}=1\Rightarrow\frac{y^2}{81}=1-\frac{1}{4}$$

$$\frac{y^2}{81}=\frac{3}{4}\Rightarrow 4y^2=243$$

$$y^2=\frac{243}{4}$$ بالجذر

$$y=\frac{9\sqrt{3}}{2}m$$

23 جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتيه $F_1F_2(\mp 4,0)$ والنقطة P تنتمي اليه بحيث ان محيط المثلث PF_1F_2 يساوي 24 وحدة

2014 دور (1) — 2017 دور (1) تطبيقي

Sol:

$(4,0)=(c,0) \Rightarrow c=4$

$PF_1+PF_2+F_1F_2=24$

$2a+2c=24$

$2a+2(4)=24$

$2a+8=24$

$2a=24-8$

$2a=16 \Rightarrow a=8 \Rightarrow a^2=64$

$a^2=b^2+c^2$

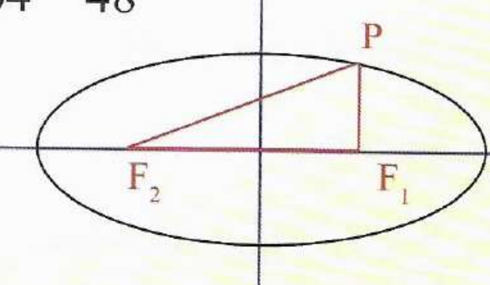
$(8)^2=b^2+(4)^2$

$64=b^2+16 \Rightarrow b^2=64-16$

$b^2=48$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{48}=1$ معادلة القطع الناقص



24 جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2-12x=0$ وطول محوره الصغير 8 وحدات

2014 تمهيدي

Sol:

$y^2=12x$

$y^2=4px \Rightarrow 4p=12 \Rightarrow p=3$

$p_{\text{المكافئ}}=c_{\text{الناقص}} \Rightarrow c=3 \Rightarrow c^2=9$

$2b=8 \Rightarrow b=4 \Rightarrow b^2=16$

$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow a^2=16+9$

$a^2=25$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ معادلة القطع الناقص

YouTube قناة نيلز العراقي

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه نقطتا تقاطع المنحني $x^2 + y^2 - 3x = 16$ مع محور الصادات ويمس دليل القطع المكافئ $y^2 = 12x$

25

2014 خارج

Sol :

$x^2 + y^2 - 3x = 16$ يمس محور الصادات فان $x = 0$

$y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm 4$

$(0,4),(0,-4)$ بؤرتي القطع الناقص

$c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$

$y^2 = 12x$

$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 12 \Rightarrow p = 3$

$x = -3$ معادلة الدليل لان النقطة تقع على محور السينات

$p = b = 3$ والبؤرة على محور الصادات

$b^2 = 9$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 9 + 16$

$a^2 = 25$

2017 دور (3) كركوك / موصل

2020 دور (1) احيائي

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القياسية للقطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه النقطتان $(\pm 5,0)$ وطول محوره الكبير يساوي 12 وحدة

26

2015 دور (1)

Sol :

$c = 5$

$c^2 = 25$

$2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 36 = b^2 + 25$

$b^2 = 36 - 25 = 11 \Rightarrow b = \sqrt{11}$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$

معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان الى محور الصادات ومساحته 32π وحدة مساحة والنسبة بين طولي محوريه كنسبة $1/2$

27

2015 دور (2)

Sol :

$\frac{2b}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2b \ldots.\ 1$

$A = ab\pi$

$32\pi = ab\pi \Rightarrow 32 = ab$

$32 = 2b(b)$

$2b^2 = 32 \Rightarrow b^2 = 16$

$b = 4$

$a = 2(4) = 8 \Rightarrow a^2 = 64$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{64} = 1$ معادلة القطع الناقص

ليكن $kx^2+4y^2=36$ معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2=4\sqrt{3}x$ جد قيمة $k\in R$

28

2016 دور (3)

Sol:

$$y^2=4\sqrt{3}x$$

$$y^2=4Px$$

$$4P=4\sqrt{3}\Rightarrow P=\sqrt{3}$$

$$P_{\text{المكافئ}}=c_{\text{الناقص}}\Rightarrow c=\sqrt{3}$$

$$kx^2+4y^2=36]\div 36$$

$$\frac{x^2}{\frac{36}{k}}+\frac{y^2}{9}=1$$

$$a^2=\frac{36}{k}\ ,\ b^2=9$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$\frac{36}{k}=9+3$$

$$\frac{36}{k}=12$$

$$k=\frac{36}{12}\Rightarrow k=3$$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور السينات ويمر بالنقطتين $(6,2)$, $(4,3)$

29

2016 دور (1) خارج

Sol:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$ نعوض $(4,3)$

$$\left[\frac{16}{a^2}+\frac{9}{b^2}=1\right]a^2.b^2$$

$$\left[16b^2+9a^2=a^2.b^2\right]x4$$

$$64b^2+36a^2=4a^2.b^2 ....1$$

نعوض $(6,2)$

$$\left[\frac{36}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1\right]a^2.b^2$$

$$\left[36b^2+4a^2=a^2.b^2\right]\times 9$$

$$324b^2+36a^2=9a^2.b^2 ....2$$

$$\mp 64b^2\mp 36a^2=\mp 4a^2.b^2$$

بالطرح

$$\left[260b^2=5a^2.b^2\right]\div b^2$$

$$\left[5a^2=260\right]\div 5$$

$$a^2=52$$

نعوض قيمة a^2 في 1

$$64b^2+(36)(52)=4(52)b^2$$

$$64b^2+1872=208b^2$$

$$208b^2-64b^2=1872$$

$$144b^2=1872\Rightarrow b^2=\frac{1872}{144}$$

$$b^2=13$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{52}+\frac{y^2}{13}=1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(\pm5,0)$ والنقطة Q تنتمي اليه بحيث ان المثلث QF_1F_2 يساوي 30 وحدة طول

30 — 2016 دور (2) خارج

Sol:

$(c,0)=(5,0) \Rightarrow c=5 \Rightarrow c^2=25$

$QF_1+QF_2+F_1F_2=30$

$2a+2c=30$

$2a+2(5)=30$

$2a+10=30$

$2a=20 \Rightarrow a=10 \Rightarrow a^2=100$

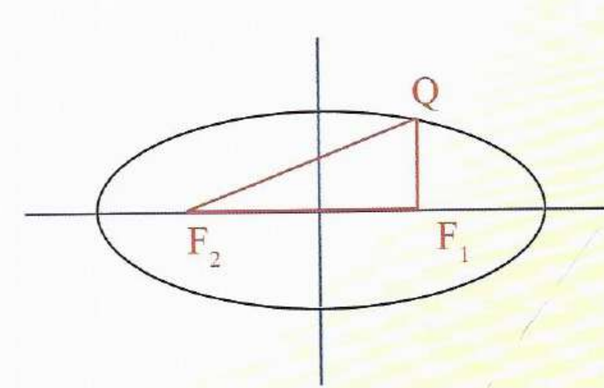
$a^2=b^2+c^2$

$100=b^2+25 \Rightarrow b^2=100-25$

$b^2=75$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{75}=1$ معادلة القطع الناقص



جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $x^2-16y=0$ وطول محوره الكبير 12 وحدة

31 — 2016 تمهيدي

Sol:

$x^2=16y$

$x^2=4py \Rightarrow 4p=16 \Rightarrow p=4$

$p=c \Rightarrow c=4 \Rightarrow c^2=16$

$(0,4),(0,-4)$ بؤرتي القطع الناقص

$2a=12 \Rightarrow a=6 \Rightarrow a^2=36$

$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 36=b^2+16$

$b^2=36-16$

$b^2=20$

$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$

$\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{36}=1$ معادلة القطع الناقص

32 جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وبعده البؤري مساوياً لبعد بؤرة القطع المكافئ ودليله $y^2 + 24x = 0$ اذا علمت ان مساحة القطع الناقص تساوي $80\pi\ cm^2$

2016 دور (1)

Sol:

$y^2 = -24x$

$y^2 = -4px \Rightarrow 4p = 24 \Rightarrow p = 6$

$2p = 12$ المسافة بين بؤرة القطع المكافئ المعطى ودليله

$2c = 2p \Rightarrow 2c = 12 \Rightarrow c = 6$

$A = ab\pi \Rightarrow ab\pi = 80\pi$

$ab = 80 \Rightarrow a = \frac{80}{b}$ ..... (1)

$a^2 = b^2 + c^2$ .... (2)

نعوض قيمة (1) في (2)

$(\frac{80}{b})^2 = b^2 + (6)^2 \Rightarrow \left[\frac{6400}{b^2} = b^2 + 36\right].b^2$

$6400 = b^4 + 36b^2$

2019 دور (1) تطبيقي

$b^4 + 36b^2 - 6400 = 0$

$(b^2 + 100)(b^2 - 64) = 0$

اما $b^2 + 100 = 0$ تهمل $\notin R$

او $b^2 - 64 = 0 \Rightarrow b^2 = 64$

$b = 8$

نعوض قيمة (b) في (1)

$a = \frac{80}{8} = 10 \Rightarrow a^2 = 100$

اما $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ معادلة القطع الناقص على محور السينات

$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

او $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ معادلة القطع الناقص على محور الصادات

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

33 جد معادلة القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه $(0,2)$ ويتقاطع مع محور السينات بالنقطتين $(\mp4,0)$

2017 دور (1) تطبيقي-موصل

Sol:

$c = 2$

$b = 4$ صادات لانها تخالف البؤرة

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 16 + 4$

$a^2 = 20$

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{20} = 1$



34 جدارية على شكل نصف قطع ناقص طول قاعدته 24m وأعلى ارتفاع لها تساوي 9m جد ارتفاع العمود الموضوع على بعد 6m من بداية احدى قاعدته

2017 دور (3)

Sol:

$$2a = 24$$

$$a = 12 \Rightarrow a^2 = 144$$

$$b = 3$$

$$x = 6 \;,\; y = ?$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{36}{144} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\frac{y^2}{9} = 1 - \frac{36}{144}$$

$$\frac{y^2}{9} = \frac{144-36}{144}$$

$$\frac{y^2}{9} = \frac{108}{144}$$

$$y^2 = \frac{9(108)}{144}$$

$$y = \frac{3\sqrt{108}}{12} m$$

35 قطع ناقص مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2 + 4\sqrt{5}x = 0$ ومجموع مربعي طولي محوريه (52) وحدة طول جد معادلته

2017 دور (1) احيائي-موصل

Sol:

$$y^2 = -4\sqrt{5}x$$

$$y^2 = -4Px$$

$$4P = 4\sqrt{5}$$

$$\boxed{P = \sqrt{5}} \qquad P_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الناقص}}$$

$$c = \sqrt{5}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + 5 \ldots\ldots (1)$$

$$(2a)^2 + (2b)^2 = 52$$

$$4a^2 + 4b^2 = 52] \div 4$$

$$a^2 + b^2 = 13$$

$$b^2 + 5 + b^2 = 13$$

$$2b^2 = 13 - 5$$

$$2b^2 = 8 \Rightarrow \boxed{b^2 = 4}$$

$$a^2 = b^2 + 5$$

$$a^2 = 4 + 5 \Rightarrow a^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

يدور القمر حول الارض في مدار على صورة قطع ناقص سيني البؤرتين تقع الارض في احدى بؤرتيه فاذا كانت اطول مسافة بين الارض والقمر 90km واقصر مسافة بينهما 10km جد الاختلاف المركزي للقطع

36 2016 دور (2) خارج

Sol:

$2a = 90 + 10$

$2a = 100$

$a = 50$

$2c = 90 - 10$

$2c = 80$

$c = 40$

$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$

جد معادلة القطع الناقص الذي احدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2=16x$ ومجموع بعدي اي نقطة من نقاطه عن البؤرتين يساوي (24) وحدة

37 2017 دور (1) تطبيقي- داخل

Sol:

$y^2 = 16x$

$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 16 \Rightarrow p = 4$

$p_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الناقص}} \Rightarrow c = 4$

$2a = 24 \Rightarrow a = 12 \Rightarrow a^2 = 144$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 144 = b^2 + 16$

$b^2 = 144 - 16 \Rightarrow b^2 = 128$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{128} = 1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الكبير يساوي 12cm واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $x^2\text{-}12y = 0$ بطريقة التعريف

38 2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol:

$x^2 = 12y$

$x^2 = 4py$

$4p = 12 \Rightarrow p = 3 \Rightarrow (0,3)$

$PF_1 + PF_2 = 2a$

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} + \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = 2a$

$\sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-0)^2 + (y+3)^2} = 12$

$\sqrt{x^2 + y^2 - 6y + 9} = 12 - \sqrt{x^2 + y^2 + 6y + 9}$ بالتربيع

$x^2 + y^2 - 6y + 9 = 144 - 24\sqrt{x^2 + y^2 + 6y + 9} + x^2 + y^2 + 6y + 9$

$\left[24\sqrt{x^2 + y^2 + 6y + 9} = 144 + 12y\right] \div 12$

$2\sqrt{x^2 + y^2 + 6y + 9} = 12 + y$ بالتربيع

$4(x^2 + y^2 + 6y + 9) = 144 + 24y + y^2$

$4x^2 + 4y^2 + 24y + 36 = 144 + 24y + y^2$

$4x^2 + 4y^2 + 24y - 24y - y^2 = 144 - 36$

$\left[3y^2 + 4x^2 = 108\right] \div 108$

$\frac{x^2}{\frac{108}{4}} + \frac{y^2}{\frac{108}{3}}$

$\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{36} = 1$ معادلة القطع الناقص

39 2018 دور (2) احيائي - داخل

اذا كان $d+ei=\frac{11+2i}{1+2i}$ جد معادلة القطع الناقص الذي احد بؤرتيه $(0,e)$ وطول محوره الكبير يساوي $2\|d+ie\|$

Sol:

$$\frac{11+2i}{1+2i}\cdot\frac{1-2i}{1-2i}$$

$$=\frac{11-22i+2i+4}{(1)^2+(2)^2}$$

$$=\frac{15-20i}{5}=3-4i$$

$$d+ei=3-4i \Rightarrow d=3, e=-4$$

$$F(0,e)=(0,-4)$$

$c=4$ احدى بؤرتي القطع الناقص

$$c^2=16$$

$$2a=2\|d+ie\|=2\|3-4i\|$$

$$=2\sqrt{9+16}$$

$$=2\sqrt{25}=2(5)$$

$$2a=10$$

$$a=5$$

$$a^2=b^2+c^2 \qquad a^2=25$$

$$25=b^2+16 \Rightarrow b^2=25-16$$

$$b^2=9$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ معادلة القطع الناقص



40 2018 دور (2) تطبيقي- خارج

قطع ناقص معادلته $2x^2+8y^2=M$ المسافة بين بؤرتيه تساوي مسافة بين بؤرة القطع المكافئ $y^2=4\sqrt{6}x$ ودليله , جد قيمة M

Sol:

المسافة بين بؤرة القطع المكافئ ودليله $y^2=4\sqrt{6}x$

$$y^2=4px \Rightarrow 4p=4\sqrt{6} \Rightarrow p=\sqrt{6}$$

$$2p=2\sqrt{6}$$

$$2p=2c \Rightarrow 2c=2\sqrt{6} \Rightarrow c=\sqrt{6}$$

$$\left[2x^2+8y^2=M\right]\div M \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{M}{2}}+\frac{y^2}{\frac{M}{8}}=1$$

$$a^2=\frac{M}{2}\ ,\ b^2=\frac{M}{8}$$

$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow \left[\frac{M}{2}=\frac{M}{8}+6\right].8$$

$$4M=M+48 \Rightarrow 4M-M=48$$

$$\left[3M=48\right]\div 3 \Rightarrow M=16$$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه $(0,6)$ ويمس دليل القطع المكافئ $y^2 = -12x$

41

2018 دور (3) احيائي - داخل

Sol :

$$y^2 = -12x$$
$$y^2 = -4px$$
$$4p = 12 \Rightarrow p = 3$$

$F(-3,0)$ بؤرة القطع المكافئ $\Rightarrow x = 3$ معادلة الدليل

$\therefore b = 3$ لان البؤرة تقع على محور الصادات

$$c = 6$$
$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = 9 + 36$$
$$a^2 = 45$$
$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{45} = 1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $x^2 - 24y = 0$ ويمر بنقطتي تقاطع المنحني $x^2+y^2-16y-64=0$ مع محور السينات

42

2018 دور (1) تطبيقي- داخل

Sol :

$$x^2 = 24y$$
$$x^2 = 4py \Rightarrow 4p = 24 \Rightarrow p = 6$$

$F(0,6)$ بؤرة القطع المكافئ

$\underset{\text{الناقص}}{c} = \underset{\text{المكافئ}}{p} \Rightarrow c = 6$

$(0,6),(0,-6)$ بؤرتي القطع الناقص

$x^2 + y^2 - 16y - 64 = 0$ في المنحني

التقاطع مع محور السينات $y = 0$

$$x^2 - 64 = 0 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = \pm 8$$

نقطتي التقاطع المنحني مع محور السينات

$$(8,0),(-8,0)$$

$\because$ البؤرتين على محور الصادات

$$\therefore b = 8$$
$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = (8)^2 + (6)^2 \Rightarrow a^2 = 64 + 36$$
$$a^2 = 100$$
$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$ معادلة القطع الناقص

43

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان الى محور السينات ومركزه في نقطة الاصل وطول محوره الكبير ضعف طول محوره الصغير ويقطع القطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التي احداثيها السيني يساوي (2-)

2019 دور (1) احيائي

Sol:

$$2a = 2(2b) \Rightarrow a = 2b \ldots\ldots (1)$$

$$a^2 = 4b^2$$

$$y^2 + 8x = 0 \Rightarrow y^2 + 8(-2) = 0$$

$$y^2 - 16 = 0 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \mp 4$$

$$(-2, 4)\ ,\ (-2, -4)$$

يقطع القطع الناقص عند هذه النقاط

اذن النقاط تنتمي الى القطع الناقص

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{4b^2} + \frac{16}{b^2} = 1$$

$$\frac{1}{b^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{17}{b^2} = 1$$

$$b^2 = 17$$

$$a^2 = 4b^2$$

$$a^2 = 4(17)$$

$$a^2 = 68$$

$$\frac{x^2}{68} + \frac{y^2}{17} = 1$$

44

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل ويمر بنقطة تقاطع المستقيم $2x+3y=12$ مع محور السينات ومساحته 24π وحدة مساحة

2019 دور (3) احيائي

Sol:

$$A = 24\pi$$

$$2x + 3y = 12 \qquad \therefore y = 0$$

$$2x + 0 = 12$$

$$x = 6 \rightarrow a = 6 \ ,\ b = 6$$

عندما

$$a = 6$$

$$A = a.b\pi$$

$$24\pi = a.b\pi$$

$$24 = 6b] \div b$$

$$b = 4$$ احتمال صح

عندما

$$b = 6$$

$$A = a.b\pi$$

$$24\pi = a.6\pi$$

$$24 = 6.a] \div 6$$

$$a = 4 \qquad b > a$$ يهمل لان

$$\therefore a = 6\ ,\ b = 4$$

القطع سينات

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$$

45

جد المعادلة القياسية للقطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل اذا علمت ان الاختلاف المركزي له يساوي $(\frac{1}{2})$ وطول محوره الصغير يساوي (12) وحدة

2020 دور (1) تطبيقي

$$2b = 12 \Rightarrow \boxed{b = 6}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2c$$

$$a^2 = 4c^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$(2c)^2 = (6)^2 + c^2$$

$$4c^2 = 36 + c^2$$

$$3c^2 = 36 \Rightarrow \boxed{c^2 = 12}$$

$$a^2 = 4c^2 \Rightarrow a^2 = 4(12)$$

$$\boxed{a^2 = 48}$$

على محور السينات / $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{36} = 1$

على محور الصادات / $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{48} = 1$

46

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 - 12x = 0$ وطول محوره الصغير يساوي (10) وحدات

2020 تمهيدي تطبيقي

$$y^2 - 12x = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} y^2 = 12x \\ y^2 = 4Px \end{array}\right] 4P = 12$$

$$\boxed{P = 3}$$

$$\underset{\text{مكافئ}}{P} = \underset{\text{ناقص}}{c} \Rightarrow \boxed{\underset{\text{ناقص}}{c = 3}}$$

$$2b = 10 \Rightarrow \boxed{b = 5}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 25 + 9$$

$$a^2 = 34$$

$$\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$$

47

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين ويقطع من محور السينات جزءا طوله (8) وحدات ومن محور الصادات جزءا طوله(12) وحدة ثم جد المسافة بين البؤرتين ومساحة منطقته .

2020 تمهيدي احيائي

القيمة الاكبر تمثل $2a$

القيمة الاصغر تمثل $2b$

صادات $2a = 12 \Rightarrow \boxed{a = 6}$

سينات $2b = 8 \Rightarrow \boxed{b = 4}$

$\therefore$ القطع صادات

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$36 = 16 + c^2$$

$$c^2 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5}$$

$$2c = 2(2\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}$$

$$A = a.b\pi$$

$$= (6)(4)\pi$$

$$= 24\pi \text{ unit}^2$$

48

قطع ناقص معادلته $Kx^2 + hy^2 = 36$ ومركزه نقطة الاصل مجموع مربعي طولي محوريه يساوي (52) احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 = 4\sqrt{5}x$ جد $K, h \in R$

2020 دور (1) احيائي

$$kx^2 + hy^2 = 36 \,]\div 36$$

$$\frac{x^2}{\frac{36}{k}} + \frac{y^2}{\frac{36}{h}} = 1$$

$$a^2 = \frac{36}{k} \;,\; b^2 = \frac{36}{h}$$

$$\left.\begin{array}{l} y^2 = 4\sqrt{5}x \\ y^2 = 4Px \end{array}\right] 4P = 4\sqrt{5}$$

$$\boxed{P = \sqrt{5}}$$

$$\underset{\text{مكافئ}}{P} = \underset{\text{ناقص}}{c} \Rightarrow \boxed{c = \sqrt{5}}$$

$$(2a)^2 + (2b)^2 = 52$$

$$4a^2 + 4b^2 = 52 \,]\div 4$$

$$a^2 + b^2 = 13$$

$$\boxed{a^2 = 13 - b^2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 13 - b^2 = b^2 + 5$$

$$2b^2 = 8 \Rightarrow \boxed{b^2 = 4}$$

$$a^2 = 13 - 4 \Rightarrow \boxed{a^2 = 9}$$

$$9 = \frac{36}{k} \Rightarrow \boxed{k = 4}$$

$$4 = \frac{36}{h} \Rightarrow \boxed{h = 9}$$

القطع الزائد

1 جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ وواحد رأسيه بؤرة القطع المكافئ $y^2+8x=0$

1997 دور (2) · 2017 دور (2) تطبيقي- خارج · 2018 دور (2) احيائي - داخل · 2019 دور (3) تطبيقي

Sol:

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$$

$$a^2=36\ ,\ b^2=20$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$c^2=36-20$$

$$c^2=16\Rightarrow c=4$$

$$c_{\text{للناقص}}=c_{\text{للزائد}}\Rightarrow c=4$$

$$y^2+8x=0$$

$$y^2=-8x$$

$$y^2=-4px$$

$$4p=8\Rightarrow p=2$$

$$p_{\text{للمكافئ}}=a_{\text{للزائد}}\Rightarrow a=2$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$16=4+b^2$$

$$b^2=12$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$$ معادلة القطع الزائد

2 قطع زائد طول محوره الحقيقي (6) وحدات واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ويمر بالنقطتين $(1,2\sqrt{5}),(1,-2\sqrt{5})$ جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ومعادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل

Sol:

$$y^2=4px$$

$(1,2\sqrt{5})$ نعوضها المعادلة

$$(2\sqrt{5})^2=4p(1)$$

$$20=4p\Rightarrow p=5\Rightarrow y^2=20x$$

معادلة القطع المكافئ

$$p_{\text{المكافئ}}=c_{\text{الزائد}}\Rightarrow c=5\Rightarrow c^2=25$$

$$2a=6\Rightarrow a=3\Rightarrow a^2=9$$

1997 دور (1) · 2013 دور (2) · 2014 دور (1) · 2016 دور (1) خارج

$$c^2=a^2+b^2$$

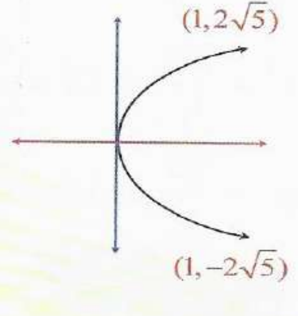
$$25=9+b^2$$

$$b^2=25-9$$

$$b^2=16$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$$ معادلة القطع الزائد



البؤرة تقع على محور السينات من الرسم



قطع زائد مركزه نقطة الاصل ومعادلته $hx^2-ky^2=90$ وطول محوره الحقيقي $(6\sqrt{2})$ وحدة وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $9x^2+16y^2=576$ جد قيمتي كل من h,k الحقيقيتان

3

1998 دور (1) — 2012 دور (2) — 2015 دور (2) خارج — 2019 دور (2) تطبيقي

Sol:

$$\left[9x^2+16y^2=576\right]\div 576$$

$$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$$ معادلة القطع الناقص

$$a^2=64, b^2=36 \Rightarrow a^2=b^2+c^2$$

$$64=36+c^2 \Rightarrow c^2=28$$

$$c=\sqrt{28}$$

$$(\sqrt{28},0),(-\sqrt{28},0)$$ بؤرتي القطع الناقص

$$c_{\text{الناقص}} = c_{\text{الزائد}} \Rightarrow c_{\text{الزائد}}=\sqrt{28}$$ في القطع الزائد

$$2a=6\sqrt{2} \Rightarrow a=3\sqrt{2} \Rightarrow a^2=18$$

$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow 28=18+b^2$$

$$b^2=28-18 \Rightarrow b^2=10$$

$$\left[hx^2-ky^2=90\right]\div 90$$

$$\frac{x^2}{\frac{90}{h}}-\frac{y^2}{\frac{90}{k}}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$a^2=\frac{90}{h} \Rightarrow 18=\frac{90}{h} \Rightarrow h=5$$

$$b^2=\frac{90}{k} \Rightarrow 10=\frac{90}{k} \Rightarrow k=9$$

2017 دور (1) احيائي - داخل — 2018 دور (2) تطبيقي- خارج

النقطة $P(6,L)$ تنتمي الى القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل ومعادلته $x^2-3y^2=12$ جد كلا من قيمة L ثم جد طولي نصفي قطري البؤرتين المرسومين من تلك النقطة

4

1999 دور (1) — 2010 تمهيدي

Sol:

اي نقطة تنتمي الى المنحني $P(6,L)$ تحقق معادلته

$$x^2-3y^2=12 \Rightarrow (6)^2-3(L)^2=12$$

$$36-3L^2=12 \Rightarrow 3L^2=36-12$$

$$\left[3L^2=24\right]\div 3$$

$$L^2=8 \Rightarrow L=\pm 2\sqrt{2}$$

2018 دور (2) احيائي-خارج — 2017 دور (2) تطبيقي-خارج

$P_1(6,2\sqrt{2}), P_2(6,-2\sqrt{2}) \in$ للقطع الزائد

$$\left[x^2-3y^2=12\right]\div 12$$

$$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$$

$$a^2=12, b^2=4$$

$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow c^2=12+4=16$$

$$c=4$$

$F_1(4,0)$ البؤرة اليمنى القطع زائد $\Rightarrow$ P_1F_1 هو طول النصف القطر البؤري من الجهة اليمنى

$F_2(-4,0)$ البؤرة اليسرى القطع زائد $\Rightarrow$ P_2F_2 هو طول النصف القطر البؤري من الجهة اليسرى

$$PF_1=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$PF_1=\sqrt{(6-4)^2+(2\sqrt{2}-0)^2}$$

$$PF_1=\sqrt{(2)^2+(2\sqrt{2})^2}$$

$$PF_1=\sqrt{4+8}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$ وحدة طول

$$PF_2=\sqrt{(6+4)^2+(2\sqrt{2}-0)^2}$$

$$PF_2=\sqrt{(10)^2+(2\sqrt{2})^2}$$

$$PF_2=\sqrt{100+8}=\sqrt{108}$$

$$PF_2=6\sqrt{3}$$ وحدة طول

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته $x^2-3y^2=12$ والنسبة بين طولي محوريه كنسبة $\frac{5}{3}$ **5**

2000 دور (2) | 2007 تمهيدي | 2008 دور (2) خارج | 2013 دور (3) | 2014 دور (4) الانبار | 2015 دور (1) نازحين

Sol :

$$\left[x^2-3y^2=12\right]\div 12$$

$$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$$ معادلة القطع الزائد

$$a^2=12,\ b^2=4$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$c^2=12+4$$

$$c^2=16\Rightarrow c=4$$

$$(4,0),(-4,0)$$ بؤرتي القطع الزائد

$$\underset{\text{الناقص}}{c}=\underset{\text{الزائد}}{c}\Rightarrow c=4$$

$$\frac{\cancel{2}a}{\cancel{2}b}=\frac{5}{3}\Rightarrow a=\frac{5b}{3}\ ....(1)$$

$$a^2=b^2+c^2\ ....(2)$$

نعوض قيمة (1) في (2)

2019 دور (1) احيائي - خارج | 2016 نازحين | 2018 تمهيدي احيائي | 2020 دور (1) تطبيقي

$$\left(\frac{5b}{3}\right)^2=b^2+(4)^2$$

$$\left[\frac{25b^2}{9}=b^2+16\right].9$$

$$25b^2=9b^2+144$$

$$16b^2=144\Rightarrow b^2=\frac{144}{16}\Rightarrow b^2=9$$

$$b=3$$

$$a=\frac{5(3)}{3}\Rightarrow a=5$$

$$a^2=25$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$$ معادلة القطع الناقص





8

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ ويمس دليل القطع المكافئ الذي معادلته $x^2+12y=0$

2001 دور (1) — 2009 تمهيدي — 2014 دور (2) — 2015 دور (1)

Sol:

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$$

$a^2=25\ ,\ b^2=9$ في القطع الناقص

2019 تمهيدي تطبيقي — 2017 تمهيدي تطبيقي

$$c^2=a^2-b^2$$

$$c^2=25-9$$

$$c^2=16\Rightarrow c=4$$

$\underset{\text{للناقص}}{c} = \underset{\text{للزائد}}{c} \Rightarrow c_{ز}=4$

$$x^2+12y=0$$

$$x^2=-12y$$

$$x^2=-4px$$

$4p=12\Rightarrow p=3\Rightarrow \underset{\text{للزائد}}{a}=3$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$16=9+b^2$$

$$b^2=16-9$$

$$b^2=7$$

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

$\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{7}=1$ معادلة القطع الزائد

9

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما رأسا القطع الناقص $x^2+9y^2=36$ والنسبة بين طولي محوره الحقيقي الى البعد بين بؤرتيه تساوي $\frac{1}{2}$ وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين

2002 دور (2)

Sol:

$$\left[x^2+9y^2=36\right]\div 36$$

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1\quad ,a^2=36\quad ,\ b^2=4$$

$$a=6\quad ,\quad b=2$$

$\underset{\text{الناقص}}{a} = \underset{\text{الزائد}}{c} \Rightarrow c=6$

$$\frac{2a}{2c}=\frac{1}{2}\Rightarrow c=2a\Rightarrow 6=2a$$

$$a=3$$

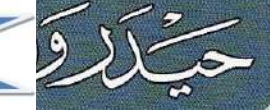
$$c^2=a^2+b^2$$

$$36=9+b^2$$

$$b^2=27$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$ معادلة القطع الزائد





10

ليكن $5y^2 - yx^2 = h$ قطع الزائد احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $4y - 5x^2 = 0$ جد قيمة h

2003 دور (2)

Sol:

$$4y - 5x^2 = 0 \Rightarrow 4y = 5x^2 \Big] \div 5$$

$$x^2 = \frac{4y}{5}, \quad x^2 = 4Py \Big] \quad \cancel{4}p = \frac{\cancel{4}}{5}$$

$$P = \frac{1}{5}$$

$$\underset{\text{مكافئ}}{P} = \underset{\text{زائد}}{c} = \frac{1}{5}$$

$$5y^2 - 4x^2 = h \Big] \div h$$

$$\frac{y^2}{\frac{h}{5}} - \frac{x^2}{\frac{h}{4}} = 1$$

$$a^2 = \frac{h}{5}, \quad b^2 = \frac{h}{4}, \quad c^2 = \frac{1}{25}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\frac{1}{25} = \frac{h}{5} + \frac{h}{4}$$

$$\frac{1}{25} = \frac{4h + 5h}{20}$$

$$\frac{1}{25} = \frac{9h}{20}$$

$$\boxed{h = \frac{4}{25}}$$

11

جد معادلة القطع الزائد الذي يمر ببؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ والنسبة بين البعد بين بؤرتيه وطول محوره المرافق كنسبة $\frac{5}{4}$

2003 دور (2)

2009 دور (2)

2019 تمهيدي احيائي

Sol:

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$$

$$a^2 = 49, b^2 = 24$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 49 = 24 + c^2$$

$$c^2 = 49 - 24$$

$$c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$$

$$\underset{\text{الناقص}}{c} = \underset{\text{الزائد}}{a} \Rightarrow a = 5$$

$$\frac{2c}{2b} = \frac{5}{4} \Rightarrow [4c = 5b] \div 4$$

$$c = \frac{5b}{4} \quad \dots\dots (1)$$

$c^2 = a^2 + b^2$ نعوض (1) في المعادلة

$$\left(\frac{5b}{4}\right)^2 = (5)^2 + b^2 \Rightarrow \left[\frac{25b^2}{16} = 25 + b^2\right].16$$

$$25b^2 = 400 + 16b^2$$

$$25b^2 - 16b^2 = 400$$

$$9b^2 = 400$$

$$b^2 = \frac{400}{9}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{\frac{400}{9}} = 1$$ معادلة القطع الزائد

12 — 2004 دور (1)

جد معادلة القطع المخروطي الذي محوراه هما المحورين الاحداثيين واحدى بؤرتيه $(-5,0)$ واحد رأسيه $(3,0)$

Sol:

$(-5,0)=(-c,0) \Rightarrow c=5 \Rightarrow c^2=25$

$(3,0)=(a,0) \Rightarrow a=3 \Rightarrow a^2=9$

$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow 25=9+b^2$

$b^2=25-9=16$

قطع زائد

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

13 — 2004 دور (2) ، 2005 تمهيدي ، 2006 دور (2) ، 2008 دور (2) ، 2014 دور (3) ، 2018 دور(3) تطبيقي

قطعان زائد وناقص احدهما يمر ببؤرتي الاخر جد معادلة القطع الزائد اذا علمت ان معادلة القطع الناقص هي $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ علماً ان محوريهما على المحورين الاحداثيين

Sol:

$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

معادلة القطع الناقص

$a^2=25 \Rightarrow a=5$

$b^2=9 \Rightarrow b=3$

$c^2=a^2-b^2$

$c^2=25-9$

$c^2=16 \Rightarrow c=4$

$c_{\text{الناقص}} = a_{\text{الزائد}} \Rightarrow a=4$

$a_{\text{الناقص}} = c_{\text{الزائد}} \Rightarrow c=5$

$c^2=a^2+b^2$

$25=16+b^2$

$b^2=25-16 \Rightarrow b^2=9$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ معادلة القطع الزائد

قطع ناقص مركزه نقطة الاصل وقطع زائد نقطة تقاطع محوريه نقطة الاصل كل منهما يمر ببؤرة الاخر فاذا كانت معادلة القطع الناقص $9x^2+25y^2=225$ فجد

1. مساحة القطع الناقص
2. محيط القطع الناقص
3. معادلة القطع الزائد ثم ارسمه؟
4. الاختلاف المركزي لكل منهما

14

2004 دور (2)
2005 تمهيدي
2006 دور (2)
2008 دور (2)
2014 دور (3)
2018 دور (3) تطبيقي- داخل

Sol:

$$\left[9x^2+25y^2=225\right]\div 225$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$$ في القطع الناقص

$$a^2=25\ ,\ b^2=9$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$c^2=25-9$$

$$c^2=16\Rightarrow c=4$$

(1) $A=ab\pi\Rightarrow A=(5)(3)\pi=15\pi$ مساحة القطع الناقص

(2) $P=2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

$$P=2\pi\sqrt{\frac{25+9}{2}}$$

$$P=2\pi\sqrt{\frac{34}{2}}$$

$$P=2\sqrt{17}\pi$$ محيط القطع الناقص

(3) $\underset{\text{للناقص}}{c}=\underset{\text{للزائد}}{a}\Rightarrow a=4\Rightarrow a^2=16$

$\underset{\text{للناقص}}{a}=\underset{\text{للزائد}}{c}\Rightarrow c=5\Rightarrow c^2=25$

$$b^2=c^2-a^2$$

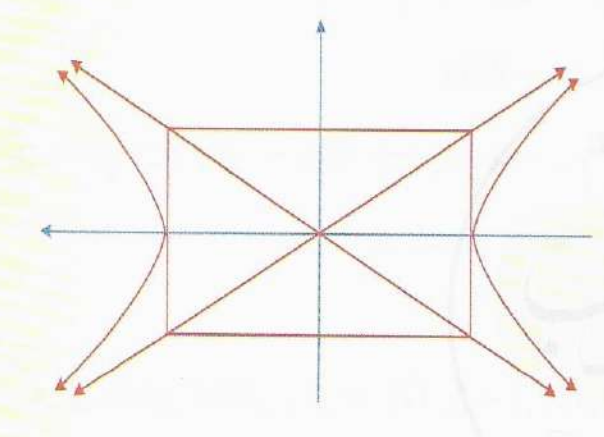
$$b^2=25-16$$

$$b^2=9$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$$

معادلة القطع الزائد



(4) $e=\frac{c}{a}$ الاختلاف المركزي للقطع الناقص

$$e=\frac{4}{5}$$

$e=\frac{c}{a}$ الاختلاف المركزي للقطع الزائد

$$e=\frac{5}{4}$$

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطعين المكافئين $y^2 = 20x$ و $y^2 = -20x$ وطول محوره المرافق 8 وحدات

15

2005 دور (1)
2008 دور (1)
2015 دور (4) رصافة

Sol:

$$y^2 = 20x$$

$$y^2 = 4px$$

$$4p = 20 \Rightarrow p = 5$$

$$y^2 = -20x$$

$$y^2 = -4px \Rightarrow 4p = 20 \Rightarrow p = 5$$

$$\underset{\text{المكافئ}}{p} = \underset{\text{الزائد}}{c} \Rightarrow c = 5$$

بؤرتي القطع المكافئ والزائد $(5,0), (-5,0)$

$$2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(5)^2 = a^2 + (4)^2$$

$$25 = a^2 + 16$$

$$a^2 = 25 - 16 \Rightarrow a^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

عين النقاط على القطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{1} = 1$ والتي تبعد عن البؤرة في الفرع الايمن بمقدار $\frac{1}{\sqrt{3}}$ وحدة

16

2005 دور (2)

Sol:

$$a^2 = 3$$

$$b^2 = 1, \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 3 + 1 = 4 \Rightarrow c = 2$$

$F_1(2,0)$ البؤرة اليمنى للقطع الزائد

let $p(x,y) \in$ للقطع الزائد

$$PF_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = PF_1$$

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-0)^2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$(x-2)^2 + y^2 = \frac{1}{3}$ بتربيع الطرفين

$$\left[x^2 - 4x + 4 + y^2 = \frac{1}{3}\right].3$$

$3x^2 - 12x + 11 + 3y^2 = 0$ ....(1)

$$\left[\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{1} = 1\right].3$$

$x^2 - 3y^2 = 3 \Rightarrow 3y^2 = x^2 - 3$ ......(2)

نعوض قيمة (2) في (1)

$$3x^2 - 12x + 11 + x^2 - 3 = 0$$

$$\left[4x^2 - 12x + 8 = 0\right] \div 4$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

اما $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

نعوضها في (2)

$3y^2 = 1 - 3 \Rightarrow 3y^2 = -2$ يهمل

او $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

نعوضها في (2)

$$3y^2 = 4 - 3 \Rightarrow 3y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{3}$$

$$y = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\left(2, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(2, \frac{-1}{\sqrt{3}}\right) \in$$ للقطع الزائد

لتكن $16x^2 - 9y^2 = 144$ جد البؤرتين والرأسين وطول كل من المحورين الحقيقي والمرافق

2006 تمهيدي

2014 نازحين



Sol:

$$\left[16x^2 - 9y^2 = 144\right] \div 144$$

قطع زائد

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

$$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3, b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 9 + 16 = 25$$

$$c = 5$$

البؤرتان

$$F_1(c,0), F_2(-c,0) = (5,0), (-5,0)$$

الرأسان

$$V_1(a,0), V_2(-a,0) = (3,0), (-3,0)$$

طول المحور الحقيقي $2a = 6$

طول المحور المرافق (التخيلي) $2b = 8$

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرة القطع الناقص $\frac{x^2}{41} + \frac{y^2}{16} = 1$ وطول محوره المرافق (8) وحدات ومركزه نقطة الاصل

2007 دور (2)



Sol:

$$\frac{x^2}{41} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$a^2 = 41 \; , \; b^2 = 16$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$41 = 16 + c^2$$

$$c^2 = 41 - 16 \Rightarrow c^2 = 25$$

$$c = 5$$

$c = c$ (زائد = ناقص) $c = 5$ (زائد)

$$2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$25 = 16 + a^2$$

$$a^2 = 25 - 16$$

$$a^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

جد معادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه نقطة تقاطع المستقيم $2x - y = 8$ مع محور السينات وطول محوره التخيلي 4 وحدات

19

2007 تمهيدي
2017 دور (2) احيائي

Sol:

$2x - y = 8 \quad , \quad y = 0$ مع محور السينات اذاً

$2x = 8 \Rightarrow x = 4$

$(4,0)$ احدى بؤرتي القطع الزائد $\Rightarrow c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$

$2b = 4 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow b^2 = 4$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 16 = a^2 + 4$

$a^2 = 16 - 4 \Rightarrow a^2 = 12$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ معادلة القطع الزائد

لتكن $x^2 - ky^2 = 3$ تمثل معادلة قطع زائد احدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$ جد قيمة k

20

2007 دور (1)

Sol:

$y^2 = -8x$

$y^2 = -4px \Rightarrow 4p = 8 \Rightarrow p = 2$

$\underset{\text{المكافئ}}{p} = \underset{\text{الزائد}}{c} \Rightarrow c = 2$

$(2,0)(-2,0)$ بؤرتي القطع الزائد

$\left[x^2 - ky^2 = 3\right] \div 3$

$\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{\frac{3}{k}} = 1$

$a^2 = 3, b^2 = \frac{3}{k}$

$c^2 = a^2 + b^2$

$4 = 3 + \frac{3}{k}$

$\frac{3}{k} = 4 - 3$

$\frac{3}{k} = 1 \Rightarrow k = 3$

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل والبعد بين بؤرتيه 8 وحدات ورأساه هما بؤرتا القطع الزائد $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ **21**

2007 دور (1)

Sol:

$$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$$ معادلة القطع الزائد

$$a^2=16 \quad , \quad b^2=9$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$c^2=16+9$$

$$c^2=25 \Rightarrow c=5$$

$$\underset{\text{الزائد}}{c} = \underset{\text{الناقص}}{a} \Rightarrow a=5$$

$$\underset{\text{الناقص}}{2c=8} \Rightarrow c=4$$

$$b^2=a^2-c^2$$

$$b^2=25-16$$

$$b^2=9$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما رأسا القطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ وطول محوره الحقيقي(12) وحدة وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين

22

2007 خارج القطر

Sol:

$$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$$ معادلة القطع الناقص

$$a^2=100 \Rightarrow a=10$$

$$b^2=64 \Rightarrow b=8$$

$$\underset{\text{الناقص}}{a} = \underset{\text{الزائد}}{c} \Rightarrow c=10$$

$$\underset{\text{للزائد}}{2a=12} \Rightarrow a=6$$

$$b^2=c^2-a^2$$

$$b^2=100-36$$

$$b^2=64$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$$ معادلة القطع الزائد

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد $8y^2 - x^2 = 32$ ويمس دليل القطع المكافئ $y^2 + 16x = 0$

23

2006 دور (1)

2016 دور (2)

Sol :

$$\left[8y^2 - x^2 = 32\right] \div 32$$

في القطع الزائد

$$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{32} = 1 \quad , \quad a^2 = 4 \, , \, b^2 = 32$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 4 + 32$$

$$c^2 = 36 \Rightarrow c = 6$$

$$c_{\text{للزائد}} = c_{\text{للناقص}} \Rightarrow c_{\text{ن}} = 6$$

$$y^2 + 16 = 0$$

$$y^2 = -16x$$

$$y^2 = -4px$$

$$4p = 16 \Rightarrow p = 4$$

$x = -4$ معادلة الدليل

لان البؤرة على محور الصادات

$$\therefore b = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 16 + 36$$

$$a^2 = 52$$

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$\frac{y^2}{52} + \frac{x^2}{16} = 1$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ والنسبة بين طول محوره الحقيقي الى البعد بين بؤرتيه يساوي $\frac{1}{2}$

24

2008 تمهيدي

Sol :

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة القطع الناقص

$$a^2 = 25 \quad , \quad b^2 = 9$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 9$$

$$c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$$

$$c_{\text{الناقص}} = c_{\text{الزائد}} \Rightarrow c_{\text{للزائد}} = 4$$

$$\frac{2a}{2c} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = c$$

$$2a = 4 \Rightarrow a_{\text{للزائد}} = 2$$

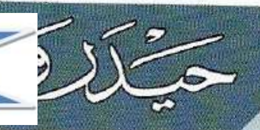
$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 16 - 4$$

$$b^2 = 12$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ معادلة القطع الزائد



جد معادلة القطع الناقص الذي يمر ببؤرتي القطع الزائد $9y^2 - 16x^2 = 144$ ويقطع محور السينات جزءاً طوله 12 وحدة

25 — 2009 دور (1)

Sol:

$$\left[9y^2 - 16x^2 = 144\right] \div 144$$

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$$

$$a^2 = 16 \quad , \quad b^2 = 9$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 16 + 9$$

$$c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$$

c للزائد: a، b ⇐ للناقص

$c = a$ للناقص

أو

$c = b$ للناقص

أما

$$2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

أو

$$2b = 12 \Rightarrow b = 6$$

بالمقارنة

$$a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$$

$$b = 5 \Rightarrow b^2 = 25$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$$ معادلة القطع الناقص

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وطول محوره الحقيقي 6 وحدات والاختلاف المركزي يساوي (2) وبؤرتاه تقعان على المحور السيني

26 — 2011 خارج القطر

Sol:

$$2a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$$

$$\frac{c}{a} = 2 \Rightarrow c = 2a \Rightarrow c = 2(3) = 6$$

$$c^2 = 36$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 36 = 9 + b^2$$

$$b^2 = 36 - 9 = 27$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$$ معادلة القطع الزائد

قطع مخروطي بؤرتاه $F_1(4,0)$, $F_2(-4,0)$ واختلافه 2 جد معادلته

27 — 2013 دور (1)

Sol:

$\because \; e > 1 \quad \therefore$ القطع الزائد

$$c = 4 \; , \; e = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 = \frac{c}{a}$$

$$a = \frac{c}{2} \Rightarrow a = \frac{4}{2}$$

$$a = 2 \Rightarrow a^2 = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 16 = a^2 + 4$$

$$b^2 = 16 - 4 \Rightarrow b^2 = 12$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$



28 قطع زائد مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور الصادات واختلافه المركزي (3) وطول محوره المرافق $2\sqrt{2}$ وحدة جد معادلته

2013 دور (2)

2017 دور (1) تطبيقي/موصل

Sol :

$$2b = 2\sqrt{2} \Rightarrow b = \sqrt{2}$$

$$e = 3 \Rightarrow 3 = \frac{c}{a}$$

$$c = 3a$$

$$c^2 = b^2 + a^2$$

$$9a^2 = 2 + a^2$$

$$8a^2 = 2$$

$$a^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{\frac{1}{4}} - \frac{x^2}{2} = 1$$

29 جد معادلة القطع الزائد الذي رأساه هما بؤرتي القطع الناقص $9x^2 + 5y^2 = 45$ والمسافة بين بؤرتيه تساوي ضعف طول محوره المرافق

2013 خارج القطر

Sol :

$$\left[9x^2 + 5y^2 = 45\right] \div 45$$

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$$ معادلة القطع الناقص القطع صادات

$$a^2 = 9 \;,\; b^2 = 5$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c^2 = 9 - 5$$

$$c^2 = 4 \Rightarrow c = 2$$

$$c = a \Rightarrow a = 2$$

(c للناقص = a للزائد)

$$2c = 2(2b) \Rightarrow c = 2b \quad \text{.......(1)}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{.........(2)}$$

نعوض قيمة (1) في (2)

$$(2b)^2 = (2)^2 + b^2$$

$$4b^2 = 4 + b^2$$

$$3b^2 = 4 \Rightarrow b^2 = \frac{4}{3}$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{\frac{4}{3}} = 1$$ معادلة القطع الزائد

30 جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل و بؤرتاه تقعان على محور السينات ومجموع طولي محوريه يساوي 16 وحدة طول وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الزائد $x^2 - 2y^2 = 6$

2014 دور (4) الانبار

Sol:

$$\left[x^2 - 2y^2 = 6\right] \div 6$$

$$\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1 \quad \text{في القطع الزائد}$$

$$a^2 = 6 \ , \ b^2 = 3$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 6 + 3$$

$$c^2 = 9 \Rightarrow c = 3$$

$$c_{\text{للزائد}} = c_{\text{للناقص}} \Rightarrow c_{\text{ن}} = 3$$

$$\left[2a + 2b = 16\right] \div 2$$

$$a + b = 8$$

$$a = 8 - b \quad \ldots\ldots (1)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \ldots\ldots (2)$$

نعوض قيمة (1) في (2)

$$(8-b)^2 = b^2 + (3)^2$$

$$64 - 16b + b^2 = b^2 + 9$$

$$16b = 64 - 9$$

$$16b = 55 \Rightarrow b = \frac{55}{16}$$

$$b^2 = \frac{3025}{256}$$

نعوض قيمة (b) في (1)

$$a = 8 - \frac{55}{16}$$

$$a = \frac{128 - 55}{16} = \frac{73}{16} \Rightarrow a^2 = \frac{5329}{259}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{5329}{256}} + \frac{y^2}{\frac{3025}{256}} = 1$$

قد يكون مجموع طولي محوري القطع الناقص 18 ليس 16 وهناك خطأ مطبعي في السؤال ليكون الجواب هو

$$\left[2a + 2b = 18\right] \div 2$$

$$a + b = 9$$

$$a = 9 - b \quad \ldots\ldots (1)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \ldots\ldots (2)$$

نعوض قيمة (2) في (1)

$$(9-b)^2 = b^2 + (3)^2$$

$$81 - 18b + b^2 = b^2 + 9$$

$$18b = 81 - 9 \Rightarrow 18b = 72$$

$$b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$$

نعوض قيمة (b) في (1)

$$a = 9 - 4 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow a^2 = 25$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

31 جد معادلة القطع الناقص والزائد اذا كان كل منهما يمر ببؤرتي الاخر وكلاهما تقعان على محور السيني وطول المحور الكبير يساوي $6\sqrt{2}$ وطول المحور الحقيقي يساوي 6m

2014 تمهيدي
2016 دور (1)

Sol:

$2a = 6\sqrt{2}$

$a = 3\sqrt{2}$ في القطع الناقص

$2a = 6 \Rightarrow a = 3$ في القطع الزائد

$\underset{\text{للزائد}}{a} = \underset{\text{للناقص}}{c} \Rightarrow c = 3$

$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = (3\sqrt{2})^2 - (3)^2$

$b^2 = 18 - 9$

$b^2 = 9$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة القطع الناقص

$\underset{\text{للناقص}}{a} = \underset{\text{للزائد}}{c} \Rightarrow c = 3\sqrt{2}$

$b^2 = c^2 - a^2$

$b^2 = (3\sqrt{2})^2 - (3)^2$

$b^2 = 18 - 9$

$b^2 = 9$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة القطع الزائد

32 قطع زائد احدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 = 16x$ وطول محوره المرافق $4\sqrt{3}$ وحدة جد معادلته

2015 نازحين

Sol:

$y^2 = 16x$

$y^2 = 4Px$

$4P = 16 \Rightarrow \boxed{P = 4}$

$\underset{\text{زائد}}{c} = \underset{\text{مكافئ}}{P}$

$c = 4$

$2b = 4\sqrt{3} \Rightarrow b = 2\sqrt{3}$

$b^2 = 12$

$c^2 = a^2 + b^2$

$16 = a^2 + 12$

$a^2 = 16 - 12 \Rightarrow a^2 = 4$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$



اكتب المعادلة القياسية للقطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل اذا علمت ان احد راسيه يبعد عن البؤرتين بالعددين 1,9 على الترتيب اذا علمت ان محوراه ينطبقان على المحورين الاحداثيين

33 2015 تمهيدي

Sol:

$2c = 1 + 9$

$2c = 10 \Rightarrow c = 5$

$2a = 9 - 1 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (5)^2 = (4)^2 + b^2$

$25 = 16 + b^2$

$b^2 = 25 - 16 = 9$

اما $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

معادلة القطع الزائد على محور السينات

او $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ معادلة القطع الزائد على محور الصادات

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $(\pm 6, 0)$ ويتقاطع مع محور السينات عند $x = \pm 4$ ومركزه نقطة الاصل

34 2015 دور (4) الانبار — 2016 نازحين

Sol:

$c = 6 \Rightarrow c^2 = 36$

$a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 36 = 16 + b^2$

$b^2 = 36 - 16 = 20$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$

معادلة القطع الزائد

ليكن $5y^2 - 4x^2 = k$ قطع زائد احدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $4y - \sqrt{5}x^2 = 0$ جد قيمة k

35 2015 دور (2)

Sol:

$4y - \sqrt{5}x^2 = 0$

$\left[\sqrt{5}x^2 = 4y\right] \div \sqrt{5}$

$x^2 = \frac{4}{\sqrt{5}}y$

$x^2 = +4py \Rightarrow 4p = \frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow p = \frac{4}{4\sqrt{5}}$

$p = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$p_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الزائد}}$

$c = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$(0, \frac{1}{\sqrt{5}}), (0, \frac{-1}{\sqrt{5}})$ بؤرتي القطع الزائد

$\left[5y^2 - 4x^2 = k\right] \div k$

$\frac{y^2}{\frac{k}{5}} - \frac{x^2}{\frac{k}{4}} = 1$

$a^2 = \frac{k}{5}, b^2 = \frac{k}{4}$

$c^2 = a^2 + b^2$

$(\frac{1}{\sqrt{5}})^2 = (\frac{k}{5}) + (\frac{k}{4})$

$\left[\frac{1}{5} = \frac{k}{5} + \frac{k}{4}\right].20$

$4 = 4k + 5k$

$9k = 4$

$k = \frac{4}{9}$

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما رأسا القطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ والمار ببؤرتي القطع الناقص نفسه ثم جد مساحة القطع الناقص **36**

2015 دور (1) خارج

Sol:

$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ في القطع الناقص

$a^2=100 \Rightarrow a=10$

$b^2=64 \Rightarrow b=8$

$c^2=a^2-b^2$

$c^2=100-64$

$c^2=36 \Rightarrow c=6$

$c_{\text{للناقص}} = a_{\text{للزائد}} \Rightarrow a=6$

$a_{\text{للناقص}} = c_{\text{للزائد}} \Rightarrow c=10$

$b^2=c^2-a^2$

$b^2=100-36$

$b^2=64$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$

معادلة القطع الزائد

$A=ab\pi$

$A=10(8)\pi$

$A=80\pi$ مساحة القطع الناقص

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $25x^2+9y^2=225$ ويمس دليل القطع المكافئ الذي معادلته $x^2+8y=0$ **37**

2015 دور (3)

Sol:

$\left[25x^2+9y^2=225\right]\div 225$

$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ معادلة القطع الناقص

$a^2=25\ ,\ b^2=9$

$c^2=a^2-b^2$

$c^2=25-9$

$c^2=16 \Rightarrow c=4$

$c_{\text{للناقص}} = c_{\text{للزائد}} \Rightarrow c_z=4$

$x^2=-8y$

$x^2=-4py \Rightarrow 4p=8 \Rightarrow p=2$

$\therefore\ a=2\ ,\ p=a_{\text{للزائد}}$

$b^2=c^2-a^2$

$b^2=16-4$

$b^2=12$

$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$

$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{12}=1$ معادلة القطع الزائد

38 جد معادلة القطع المخروطي الذي رأسه نقطة الاصل وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين واختلافه المركزي يساوي 3 ويمر بالنقطة (0,2)

2016 تمهيدي

Sol:

الاختلاف المركزي اكبر من واحد

∴ القطع زائد

$a=2 \Rightarrow a^2=4$

$\frac{c}{a}=3 \Rightarrow \frac{c}{2}=3 \Rightarrow c=6$

$c^2=36$

$c^2=a^2+b^2$

$36=4+b^2 \Rightarrow b^2=36-4=32$

$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{32}=1$

معادلة القطع الزائد

39 جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل اذا علمت ان احد رأسيه يبعد عن بؤرتيه 2,8 على الترتيب وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين

2017 دور (1) احيائي/موصل

2017 تمهيدي احيائي

Sol:

$2+8=2c$

$10=2c$

$\boxed{c=5}$

$8-2=2a$

$6=2a$

$a=3$

$c^2=25\ ,\ a^2=9\ ,\ b^2=?$

$c^2=a^2+b^2$

$25=9+b^2$

$b^2=25-9$

$b^2=16$

$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ القطع سينات

$\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$ القطع صادات

جد معادلة القطع الزائد المار من بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$ وطول محوره المرافق يساوي المسافة بين بؤرة القطع المكافئ $y^2+8x=0$ ومعادلة دليله

40

2017 دور (1) تطبيقي/خارج

Sol:

$$\left.\begin{aligned} y^2 &= -8x \\ y^2 &= 4Px \end{aligned}\right] 4P=8$$

$$P=2 \Rightarrow 2P = 2b$$

مكافئ زائد

$$P=b \Rightarrow \boxed{b=2}$$

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$$

$$a^2=25\ ,\ b^2=9$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$25=9+c^2$$

$$c^2=25-9$$

$$c^2=16$$

$$c=4$$

$$c = a$$

ناقص زائد

زائد $a=4\ ,\ b=2$

$$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{4}=1$$

جد معادلة القطع الزائد الذي يمر بالنقطة(3,8) وبؤرتاه على السينات والبعد بين بؤرتيه ثلاثة امثال طول محوره الحقيقي

41

2017 دور (2) تطبيقي/موصل

Sol:

$$\frac{9}{a^2}-\frac{64}{b^2}=1\Big].a^2b^2$$

$$9b^2-64a^2=a^2.b^2 \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$2c=3(2a)\Big]\div 2$$

$$c=3a$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$9a^2=a^2+b^2$$

$$9a^2=a^2+b^2$$

$$b^2=8a^2 \ldots\ldots\ldots (2) \quad \text{in } (1)$$

$$9(8a^2)-64a^2=8a^2(a^2)$$

$$72a^2-64a^2=8a^4$$

$$8a^2=8a^4$$

$$8a^4-8a^2=0\Big]\div 8$$

$$a^4-a^2=0$$

$$a^2(a^2-1)=0$$

$a^2=0$ يهمل

$$a^2-1=0 \Rightarrow \boxed{a^2=1}$$

$$b^2=8a^2 \Rightarrow b^2=8$$

$$\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{8}=1$$

42 النقطة $P(6,L)$ تنتمي الى القطع الزائد $2x^2 = 6y^2 + 24$ جد قيمة L وجد نصف القطر البؤري للقطع المرسوم من الجهة اليسرى من P

2017 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol:

النقطة $P(6,L)$

تحـقق المعـادلة

$$\left[2x^2 = 6y^2 + 24\right] \div 2 \Rightarrow x^2 = 3y^2 + 12$$

$$x^2 - 3y^2 = 12 \Rightarrow (6)^2 - 3(L)^2 = 12$$

$$36 - 3L^2 = 12 \Rightarrow 3L^2 = 36 - 12 \Rightarrow 3L^2 = 24$$

$$L^2 = 8 \Rightarrow L = \pm\sqrt{8}$$

$p_1(6,\sqrt{8}), p_2(6,-\sqrt{8}) \in$ للقطع الزائد

$$\left[x^2 - 3y^2 = 12\right] \div 12 \Rightarrow \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 12, b^2 = 4 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 12 + 4 = 16$$

$$c = 4$$

$F_2(-4,0)$ البؤرة اليسرى للقطع الزائد

PF_2 هوطول النصف القطر البؤري من الجهة اليسرى

$$PF_2 = \sqrt{(6+4)^2 + (\sqrt{8} - 0)^2}$$

$$PF_2 = \sqrt{(10)^2 + (\sqrt{8})^2} = \sqrt{100 + 8}$$

$PF_2 = \sqrt{108} \Rightarrow PF_2 = 6\sqrt{3}$ وحدة طول

43 قطع مكافئ معادلته $x^2 = 10y - 3ky$ ومعادل دليله $y = 2k$ جد قيمة k ومعادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ نفسه وطول محوره المرافق يساوي وحدتا طول

2017 دور (3) تطبيقي- داخل

Sol:

$x^2 = (10 - 3k)y$ معادلة القطع المكافئ

$y = 2k$ معادلة دليله

من خلال المعطيات نجد ان معادلة القطع المكافئ الصادي تتقبل احد احتمالين اما ان تكون البؤرة سالبة والدليل موجب او ان تكون البؤرة موجبة والدليل سالب

الاحتمال (1)

$$x^2 = (10 - 3k)y$$

$x^2 = 4py \Rightarrow 4p = 10 - 3k$ ....(1)

$y=2k,\ y=-p \Rightarrow p = -2k$ ....(2)

نعوض قيمة (2) في (1)

$$4(-2k) = 10 - 3k \Rightarrow -8k = 10 - 3k$$

$$-5k = 10 \Rightarrow k = -2$$

نعوض القيمة في (2)

$$P = -2(-2) = 4$$

$F(0,4)$ بؤرة القطع المكافئ

$P_{\text{المكافئ}} = c_{\text{الزائد}} \Rightarrow c = 4$

$$2b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (4)^2 = a^2 + (1)^2$$

$$16 = a^2 + 1 \Rightarrow a^2 = 15$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{15} - \frac{x^2}{1} = 1$$




44 جد معادلة القطع الزائد الذي يمر ببؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{35}+\frac{y^2}{10}=1$ والنسبة بين طول محوره المرافق والبعد وبين البؤرتين كنسبة $\frac{2}{3}$

2017 دور (3) احيائي - داخل

Sol:

$$\frac{x^2}{35}+\frac{y^2}{10}=1$$

$$a^2=35, b^2=10$$

$$c^2=a^2-b^2$$ في القطع الناقص

$$c^2=35-10$$

$$c^2=25 \Rightarrow c=5$$

بؤرتي القطع الناقص $(\pm 5,0)$

$$\underset{\text{للناقص}}{c} = \underset{\text{للزائد}}{a} \Rightarrow a=5$$

$$\frac{2b}{2c}=\frac{2}{3} \Rightarrow 2c=3b \Rightarrow c=\frac{3b}{2} \quad \text{.......(1)}$$

$$c^2=a^2+b^2 \quad \text{.......(2)}$$

نعوض قيمة (1) في (2)

$$\left(\frac{3b}{2}\right)^2=(5)^2+b^2$$

$$\left[\frac{9b^2}{4}=25+b^2\right].4$$

$$9b^2=100+4b^2$$

$$9b^2-4b^2=100$$

$$5b^2=100 \Rightarrow b^2=20$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{20}=1$$ معادلة القطع الزائد

الاحتمال (2)

$$x^2=(10-3k)y$$

$$x^2=-4py \Rightarrow -4p=10-3k \quad \text{....(1)}$$

$$y=2k, y=p \Rightarrow 2k=p \quad \text{.........(2)}$$

نعوض (2) في (1)

$$-4(2k)=10-3k$$

$$-8k=10-3k \Rightarrow -5k=10$$

$$k=-2$$

نعوض قيمة (k) في (2)

$$P=2k \Rightarrow P=2(-2) \Rightarrow P=-4$$

قيمة مرفوضة (تهمل)

45

جد معادلة القطع الزائد الذي يمر ببؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $36x^2 + 11y^2 = 396$ واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرته على محور الصادات ويمر دليله بالنقطة $(4,7)$

2017 دور (1) تطبيقي - داخل

Sol:

$$\left[36x^2 + 11y^2 = 396\right] \div 396$$

$$\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{36} = 1 \quad \text{معادلة القطع الناقص}$$

$$a^2 = 36, b^2 = 11$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c^2 = 36 - 11$$

$$c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$$

$$c_{\text{للناقص}} = a_{\text{للزائد}} \Rightarrow a = 5$$

$y = 7$ معادلة الدليل في القطع المكافئ

$(0, \pm 7)$ بؤرتي القطع الزائد

$$c = 7 \quad , \quad a = 5$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 49 - 25$$

$$b^2 = 24$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{24} = 1 \quad \text{معادلة القطع الزائد}$$

46

جد معادلة القطع الزائد الذي طول محوره الحقيقي يساوي البعد بين بؤرة القطع المكافئ ودليله $y^2 - 24x = 0$ كما ان بؤرتيه تمر برأسي القطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

2017 دور (2) احيائي - خارج

2019 دور (1) احيائي - خارج

Sol:

$$y^2 = 24x$$

$$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 24 \Rightarrow p = 6$$

$$2p = 12 \Rightarrow 2a = 12 \Rightarrow a_{\text{للزائد}} = 6$$

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1 \quad \text{معادلة القطع الناقص}$$

$$a^2 = 100 \ , \ b^2 = 64$$

$$a = 10 \ , \ b = 8$$

$$a_{\text{للناقص}} = c_{\text{للزائد}} \Rightarrow c_{\text{ز}} = 10$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 100 - 36$$

$$b^2 = 64$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1 \quad \text{معادلة القطع الزائد}$$

النقطة $P(h, 2\sqrt{2})$ تنتمي للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - 3y^2 = 2h$ ومركزه نقطة الاصل, جد قيمة h الحقيقية الموجبة ثم جد طول نصف القطر البؤري للاول والثاني المرسومين من نقطة؟

47

2018 دور (1) احيائي - خارج

Sol:

$$x^2 - 3y^2 = 2h$$

النقطة $(h, 2\sqrt{2})$ تحقق المعادلة

$$h^2 - 3(2\sqrt{2})^2 = 2h$$

$$h^2 - 2h - 3(8) = 0$$

$$h^2 - 2h - 24 = 0$$

$$(h-6)(h+4) = 0$$

اما $h - 6 = 0 \Rightarrow h = 6$

او $h + 4 = 0 \Rightarrow h = -4$ يهمل

لانه ذكر قيمة h موجبة

نعوض قيمة h

$$x^2 - 3y^2 = 2h$$

$$\left[x^2 - 3y^2 = 12\right] \div 12$$

$$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 12, b^2 = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 12 + 4$$

$$c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$$

بؤرتي القطع الزائد $F_1(4,0), F_2(-4,0)$

للقطع الزائد $P(6, 2\sqrt{2}) \in$

PF_1 هو طول النصف القطر البؤري من جهة اليمين

PF_2 هو طول النصف القطر البؤري من جهة اليسرى

$$FP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$PF_1 = \sqrt{(6-4)^2 + (2\sqrt{2} - 0)^2}$$

$$PF_1 = \sqrt{(2)^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$PF_1 = \sqrt{4+8} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ وحدة طول

$$PF_2 = \sqrt{(6+4)^2 + (2\sqrt{2} - 0)^2}$$

$$PF_2 = \sqrt{(10)^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$$PF_2 = \sqrt{100+8}$$

$PF_2 = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ وحدة طول

48

جد معادلة القطع الزائد الذي احدى بؤرتيه هي مركزه الدائرة $x^2+y^2-16y+15=0$ ونصف طول محوره المرافق يساوي نصف قطر تلك الدائرة ؟

2018 دور (3) احيائي - داخل

Sol:

$$x^2+y^2-16y+15=0$$

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

بعد المقارنة بالصورة القياسية

معامل x

$$h=\frac{-a}{2}=\frac{0}{2}=0 \quad , \ a=0$$

$$, \ b=-16$$

معامل y

$$k=\frac{-b}{2}=\frac{16}{2}=8 \quad , \ c=15$$

$$r=\sqrt{h^2+k^2-c}=\sqrt{(0)^2+(8)^2-15}$$

$$r=\sqrt{64-15}=\sqrt{49}=7$$

(h,k) مركز الدائرة

$(0,\pm 8)$ بؤرتي القطع الزائد

$$\frac{1}{2}(2b)=r \Rightarrow b=r \Rightarrow b=7$$

$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow (8)^2=a^2+(7)^2$$

$$64=a^2+49$$

$$a^2=64-49 \Rightarrow a^2=15$$

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$

$$\frac{y^2}{15}-\frac{x^2}{49}=1$$ معادلة القطع الزائد

49

قطع زائد مركزه نقطة الاصل وطول محوره الحقيقي (6) وحدات واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل ويمر بالنقطتين $(1,2\sqrt{7}),(1,-2\sqrt{7})$ جد معادلتي كل من القطع المكافئ والزائد

2018 دور (1) احيائي - داخل

Sol:

$$y^2=4px$$

النقطة $(1,2\sqrt{7})$ تحقق المعادلة

$$(2\sqrt{7})^2=4p(1) \Rightarrow 28=4p \Rightarrow p=7$$

$(7,0)$ بؤرة القطع المكافئ

$y^2=28x$ معادلة القطع المكافئ

$p = c \Rightarrow c=7$

(المكافئ) (الناقص)

$(1,2\sqrt{7})$

$(1,-2\sqrt{7})$

$$2a=6 \Rightarrow a=3$$

$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow (7)^2=(3)^2+b^2$$

$$49=9+b^2 \Rightarrow b^2=40$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{40}=1$$

قطع زائد مركزه نقطة الاصل ومعادلته $hx^2 - 4y^2 = L$ وطول محوره التخيلي يساوي $2\sqrt{5}$ وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص $4x^2 + 13y^2 = 52$ جد قيمتي h , L الحقيقيتان

50 2018 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol:

$$\left[4x^2+13y^2=52\right]\div 52$$

$$\frac{x^2}{13}+\frac{y^2}{4}=1$$

$$a^2=13 \quad , b^2=4$$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$13=4+c^2 \Rightarrow c^2=13-4$$

$$c^2=9 \Rightarrow c=3$$

$$c_{\text{للناقص}} = c_{\text{للزائد}} \Rightarrow c_{ز} = 3$$

$$2b=2\sqrt{5} \Rightarrow b=\sqrt{5} \Rightarrow b^2=5$$

للزائد

$$a^2=c^2-b^2$$

$$a^2=9-5$$

$$a^2=4$$

$$\left[hx^2-4y^2=L\right]\div L$$

$$\frac{x^2}{\frac{L}{h}}-\frac{y^2}{\frac{L}{4}}=1$$

$$b^2=\frac{L}{4} \Rightarrow 5=\frac{L}{4} \Rightarrow L=20$$

$$a^2=\frac{L}{h} \Rightarrow 4=\frac{20}{h} \Rightarrow 4h=20$$

$$h=5$$

لتكن $ky^2 - hx^2 = 63$ معادلة قطع زائد مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه هما بؤرة القطع الناقص الذي معادلته $25x^2 + 9y^2 = 225$ ويمس دليل القطع المكافئ $x^2 + 12y = 0$ جد $h,k \in R$

51 2019 دور (1) احيائي

Sol:

$$ky^2-hx^2=63\Big]\div 63$$

$$\frac{y^2}{\frac{63}{k}}-\frac{x^2}{\frac{63}{h}}=1 \;, \; a^2=\frac{63}{k} \;, \; b^2=\frac{63}{h}$$

القطع المكافئ $x^2+12y=0 \Rightarrow x^2=-12y$

$$x^2=-4Py$$

$$P_{\text{مكافئ}}=3=a_{\text{زائد}} \Rightarrow a=3$$

القطع الناقص $25x^2+9y^2=225\Big]\div 225$

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1 \Rightarrow \boxed{a^2=25} , \boxed{b^2=9}$$

$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 25=9+c^2$$

$$c^2=16 \Rightarrow c=4$$

$$c=c_{ز} \qquad c_{\text{زائد}}=4$$

القطع الزائد

$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow 16=9+b^2$$

$$b^2=16-9 \Rightarrow b^2=7$$

$$a^2=\frac{63}{k} \Rightarrow k=\frac{63}{9} \Rightarrow k=7$$

$$a^2=\frac{63}{h} \Rightarrow h=\frac{63}{7} \Rightarrow h=9$$

52

قطع زائد مركزه نقطة الاصل ومعادلته $kx^2 - 9y^2 = h$ وطول محوره الحقيقي (6) وحدات واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ المار بالنقطتين $(1,4)$, $(1,-4)$ جد قيمة $k , h \in R$

2019 دور (1) تطبيقي

Sol:

القطع المكافئ:
$(1,4)$ ربع اول
$(1,-4)$ ربع رابع
] نحو اليمين

$$y^2 = 4Px$$
$$(4)^2 = 4P(1)$$
$$16 = 4P \Rightarrow c = 4$$
$$\underset{\text{مكافئ}}{P} = \underset{\text{زائد}}{c} \quad \Rightarrow c = 4$$

القطع الزائد:
$$c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$$
$$2a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$$
$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 16 = 9 + b^2$$
$$b^2 = 16 - 9 \Rightarrow b^2 = 7$$
$$kx^2 - 9y^2 = h \,] \div h$$
$$\frac{x^2}{\frac{h}{k}} - \frac{y^2}{\frac{h}{9}}$$
$$a^2 = \frac{h}{k} \Rightarrow k = \frac{h}{a^2} \Rightarrow k = \frac{63}{9} = 7$$
$$b^2 = \frac{h}{9} \Rightarrow h = 9b^2 \Rightarrow h = 9(7)$$
$$h = 63$$

53

جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{164} + \frac{y^2}{64} = 1$ ومجموع طول محوريه الحقيقي والمرافق يساوي (28) وحدة

2019 دور (2) احيائي

Sol:

$$\frac{x^2}{164} + \frac{y^2}{64} = 1 \Rightarrow a^2 = 164 \ , \ b^2 = 64$$
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 164 = 64 + c^2$$
$$c^2 = 164 - 64 \Rightarrow c^2 = 100$$
$$c = 10 \qquad c_{ن} = c_{ز}$$
$$c = 10 \text{ زائد}$$
$$2a + 2b = 28 \,] \div 2$$
$$a + b = 14 \Rightarrow a = 14 - b$$
$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 100 = (14 - b)^2 + b^2$$
$$100 = 169 - 28b + b^2 + b^2$$
$$100 = 196 - 28b + 2b^2 \,] \div 2$$
$$50 = 98 - 14b + b^2$$
$$b^2 - 14b + 98 - 50 = 0$$
$$b^2 - 14b + 48 = 0$$
$$(b - 8)(b - 6) = 0$$
$$b - 8 = 0 \Rightarrow b = 0$$
$$a = 14 - 8 \Rightarrow a = 6$$
$$\boxed{\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1}$$
$$b - 6 = 0 \Rightarrow b = 6$$
$$a = 14 - 6 \Rightarrow a = 8$$
$$\boxed{\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1}$$

2019 دور (3) احيائي

54 جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل وبؤرتاه على محور الصادات وطول محوره المرافق $2\sqrt{2}$ وحدة واختلافه المركزي (3) مع الرسم

Sol:

$2b = 2\sqrt{2} \Rightarrow b = \sqrt{2}$

$e = 3$

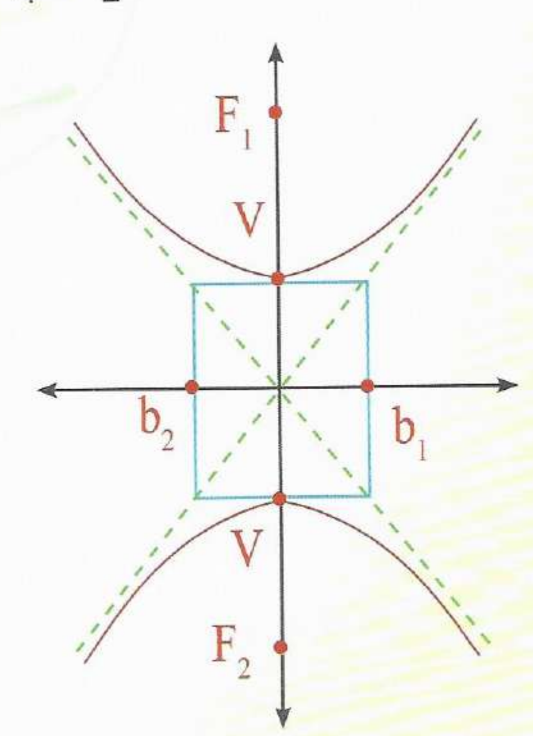
$\frac{c}{a} = 3 \Rightarrow c = 3a$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (3a)^2 = a^2 + (\sqrt{2})^2$

$9a^2 = a^2 + 2 \Rightarrow 8a^2 = 2$

$a^2 = 4 \;,\; b^2 = 2$

$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{2} = 1$



2019 دور (1) تطبيقي/خارج

55 جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $y^2 + 16x = 0$ اذا علمت ان القطع الزائد يمر بالنقطة $(6,2\sqrt{2})$

Sol:

$y^2 + 16x = 0 \Rightarrow y^2 = -16x$

$y^2 = -4Px$] $4P=16$

$P = 4 \quad c_{\text{زائد}} = P_{\text{مكافئ}} \quad c_{\text{زائد}} = 4$

$(6,2\sqrt{2}) \in$ للقطع

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{36}{a^2} - \frac{8}{b^2} = 1 \;] .a^2.b^2$

$36b^2 - 8a^2 = a^2.b^2$ .... (1)

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 16 = a^2 + b^2$

$a^2 = 16 - b^2$ .... (2)

$36b^2 - 8(16 - b^2) = b^2(16 - b^2)$

$36b^2 - 128 + 8b^2 = 16b^2 - b^4$

$b^4 - 16b^2 + 36b^2 + 8b^2 - 128 = 0$

$b^4 + 28b^2 - 128 = 0$

$(b^2 + 32)(b^2 - 4) = 0$

$b^2 + 32 = 0 \notin R$ يهمل

$b^2 - 4 = 0 \Rightarrow b^2 = 4$ in (2)

$a^2 = 16 - 4 \Rightarrow a^2 = 12$

$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

اكتب معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل اذا علمت ان احد رأسيه يبعد عن البؤرتين بالعددين 1,9 وحدات على الترتيب وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين

56 — 2020 تمهيدي احيائي

$$1+9=2c$$
$$10=2c$$
$$\boxed{c=5} \quad \boxed{c^2=25}$$

$$9-1=2a$$
$$8=2a$$
$$\boxed{a=4} \quad \boxed{a^2=16}$$
$$c^2=a^2+b^2$$
$$25=16+b^2$$
$$\boxed{b^2=9}$$

على محور السينات $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

على محور الصادات $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$

اثبت ان النقطة $P(2, \frac{1}{\sqrt{3}})$ تنتمي الى القطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ ومركزه نقطة الاصل ثم جد طول نصف القطر البؤري الاول والثاني المرسومين من تلك النقطة

57 — 2020 دور (1) احيائي

بما ان النقطة تنتمي الى القطع الزائد اذا تحقق المعادلة

$$(2, \frac{1}{\sqrt{3}}) \quad (x, y)$$
$$\frac{x^2}{3}-y^2 \Rightarrow \frac{(2)^2}{3}-(\frac{1}{\sqrt{3}})^2$$
$$\frac{4}{3}-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1$$
$$a^2=3, b^2=1$$
$$c^2=a^2+b^2$$
$$c^2=3+1$$
$$\boxed{c^2=4} \Rightarrow \boxed{c=2}$$
$$f_1(2, 0), f_1(-2, 0)$$
$$S=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$Pf_1=\sqrt{(2-2)^2+(\frac{1}{\sqrt{3}}-0)^2}$$
$$=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ unit}$$
$$Pf_2=\sqrt{(2+2)^2+(\frac{1}{\sqrt{3}})^2}$$
$$=\sqrt{16+\frac{1}{3}}$$
$$=\sqrt{\frac{49}{3}}=\frac{7}{\sqrt{3}} \text{ unit}$$

عين الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل ومعادلة المحور للقطع المكافئ

$$y^2+4y+2x+6=0$$

2012 دور(1)

$$y^2+4y=-2x-6$$

$$y^2+4y+4=-2x-6+4$$

$$(y+2)^2=-2x-2$$

$$(y+2)^2=-2(x+1)$$

$$(y-k)^2=-4P(x-h)$$

$$h=-1\ ,\ k=-2$$

الرأس $(h,k)=(-1,-2)$

$$-4P=-2\Rightarrow P=\frac{1}{2}$$

$$f(-P+h,k)$$

$$f(-\frac{1}{2}-2,-2)=(\frac{-3}{2},-2)$$

معادلة الدليل $=x=P+h$

$$=\frac{1}{2}-1=\frac{-1}{2}$$

معادلة المحور $y=k$

$$y=-2$$

عين المركز والرأسين والقطبين والبؤرتين وطول ومعادلة كل من المحوريين والاختلاف المركزي للقطع الناقص

$$\frac{(x+3)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{25}=1$$

2013 دور(1)

2015 تمهيدي

$$h=-3\ ,\ k=-2$$

المركز $(h,k)=(-3,-2)$

$$a^2=25\Rightarrow a=5$$

$$V_1(h,a+k)=(-3,5-2)=(-3,3)$$

$$V_2(h,-a+k)=(-3,-5-2)=(-3,-7)$$

$$b^2=9\Rightarrow b=3$$

$$m_1(b+h,k)=(3-3,-2)=(0,-2)$$

$$m_2(-b+h,k)=(-3-3,-2)=(-6,-2)$$

$$c^2=a^2-b^2\Rightarrow c^2=25-9=16\Rightarrow c=4$$

$$f_1(h,c+k)=(-3,4-2)=(-3,2)$$

$$f_2(h,-c+k)=(-3,-4-2)=(-3,-6)$$

طول محوره الاكبر $=2a=10$ وحدة

طول محوره الاصغر $=2b=6$ وحدة

الاختلاف المركزي $=e=\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$

معادلة المحور الاكبر $\Rightarrow x=h=-3$

معادلة المحور الاصغر $\Rightarrow y=k=-2$



اذا كان $x^2+25y^2+4x-150y+204=0$ معادلة قطع ناقص جد مساحته ومحيطه واختلافه المركزي

2019 خارج القطر

$$(x^2+4x)+(25y^2-150y)=-204$$
$$(x^2+4x)+25(y^2-6y)=-204$$
$$(x^2+4x+4)+25(y^2-6y+9)=-204+4+225$$
$$(x+2)^2+25(y-3)=25\,]\div 25$$
$$\frac{(x+2)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{1}=1$$
$$a^2=25\Rightarrow a=5$$
$$b^2=1\Rightarrow b=1$$
$$a^2=b^2+c^2\Rightarrow 25=1+c^2$$
$$c^2=24\Rightarrow c=\sqrt{24}$$
$$A=a.b\pi\Rightarrow A=(5)(1)\pi=5$$ وحدة مربعة
$$P=2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}=2\pi\sqrt{\frac{25+1}{2}}$$
$$=2\pi\sqrt{13}$$ وحدة
$$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{24}}{5}$$



عين البؤرتين والرأسين ثم جد طول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد $2(y+1)^2-4(x-1)^2=8$

$$2(y+1)^2-4(x-1)^2=8\,]\div 8$$
$$\frac{(y+1)^2}{4}-\frac{(x-1)^2}{2}=1$$
$$h=1\ ,\ k=-1 \qquad o(1,-1)$$
$$a^2=4\Rightarrow a=2$$
$$V_1(h,a+k)=(1,2-1)=(1,1)$$
$$V_2(h,-a+k)=(1,-2-1)=(1,-3)$$
$$b^2=2\Rightarrow b=\sqrt{2}$$
$$m_1(b+h,k)=(\sqrt{2}+1,-1)$$
$$m_2(-b+h,k)=(-\sqrt{2}+1,-1)$$
$$c^2=a^2+b^2=4+2=6\Rightarrow c=\sqrt{6}$$
$$f_1(h,c+k)=(1,\sqrt{6}-1)$$
$$f_2(h,-c+k)=(1,-\sqrt{6}-1)$$

طول المحور الحقيقي $2a=4$ وحدة

طول المحور التخيلي $2b=2\sqrt{2}$ وحدة

الاختلاف المركزي $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

معادلة المحور الحقيقي $x=h\Rightarrow x=1$

معادلة المحور التخيلي $y=k\Rightarrow y=-1$

2018 تمهيدي

2011 دور(2)



عين البؤرتين والرأسين وطولي المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد
$2(y+2)^2 - 4(x-3)^2 = 8$

$2(y+2)^2 - 4(x-3)^2 = 8] \div 8$

$\frac{(y+2)^2}{4} - \frac{(x-3)^2}{2} = 1$ 2015 دور(3)

$k = -2 \ , \ h = 3 \qquad o(3,-2)$

$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$

$V_1(h, a+k) = (3, 2-2) = (3,0)$

$V_2(h, -a+k) = (3, -2-2) = (3,-4)$

$c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 2 = 6 \Rightarrow c = \sqrt{6}$

$f_1(h, c+k) = (3, \sqrt{6} - 2)$

$f_2(h, -c+k) = (3, -\sqrt{6} - 2)$

طول المحور الحقيقي $2a = 4$ وحدة

طول المحور التخيلي $2b = 2\sqrt{2}$ وحدة

الاختلاف المركزي $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

جد الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل والمحور للقطع المكافئ $8y + 7 = x^2 + 2x$

$x^2 + 2x = 8y + 7$

$x^2 + 2x + 1 = 8y + 7 + 1$

$(x+1)^2 = 8y + 8$

$(x+1)^2 = 8(y+1)$

$(x-h)^2 = 4P(y-k)$

$h = -1 \ , k = -1$ الرأس $(-1,-1)$

$4P = 8 \Rightarrow P = 2$

$F(h, P+k) = F(-1,1)$

معادلة الدليل $= y = -P + k \Rightarrow y = -3$

معادلة المحور $x = h \Rightarrow x = -1$

2014 دور(3)   2017 دور(2)



جد بؤرتي ورأسي وطول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد

$$16x^2 + 160x - 9x^2 + 18y = 185$$

$(16x^2 + 160x) - (9y^2 - 18y) = 185$

$16(x^2 + 10x) - 9(y^2 - 2y) = 185$

$16(x^2 + 10x + 25) - 9(y^2 - 2y + 1) = 185 + 400 - 9$

$16(x+5)^2 - 9(y-1)^2 = 576 \Big] \div 576$

$\dfrac{(x+5)^2}{36} - \dfrac{(y-1)^2}{64} = 1$

2016 دور(2)

$h = -5 \,,\, k = 1 \qquad o(-5,1)$

$a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$

2018 دور(1)

$V_1(a+h,k) = (6-5,1) = (1,1)$

$V_2(-a+h,k) = (-6-5,1) = (-11,1)$

$c^2 = a^2 + b^2 = 36 + 46 = 100 \Rightarrow c = 10$

$f_1(c+h,k) = (10-5,1) = (5,1)$

$f_2(-c+h,k) = (-10-5,1) = (-15,1)$

وحدة $2a = 12$ طول المحور الحقيقي

وحدة $2b = 16$ طول المحور التخيلي

الاختلاف المركزي $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{10}{6} = \dfrac{5}{3}$

معادلة المحور الحقيقي $y = k \Rightarrow y = 1$

معادلة المحور التخيلي $x = h \Rightarrow x = -5$



جد بؤرتي ورأسي وطول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته

$$9x^2 - 4y^2 - 72x + 8y + 176 = 0$$

$9x^2 - 4y^2 - 72x + 8y + 176 = 0 \Big] -1$

$-9x^2 + 4y^2 + 72x - 8y - 176 = 0$

$(4y^2 - 8y) - (9x^2 - 72x) = 176$

$4(y^2 - 2y) - 9(x^2 - 8x) = 176$

$4(y^2 - 2y + 1) - 9(x^2 - 8x + 16) = 176 + 4 - 144$

$4(y-1)^2 - 9(x-4)^2 = 36 \Big] \div 36$

$\dfrac{(y-1)^2}{9} - \dfrac{(x-4)^2}{4} = 1$

2018 دور(1) خارج

$h = 4 \,,\, k = 1 \qquad o(4,1)$

$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$

$V_1(h,a+h) = (4,3+1) = (4,4)$

$V_2(h,-a+h) = (4,-3+1) = (4,-2)$

$c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 4 = 13 \Rightarrow c = \sqrt{13}$

$f_1(h,c+k) = (4,\sqrt{13}+1)$

$f_2(h,-c+k) = (4,-\sqrt{13}+1)$

وحدة $2a = 6$ طول المحور الحقيقي

وحدة $2b = 4$ طول المحور التخيلي

الاختلاف المركزي $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{13}}{3}$

معادلة المحور الحقيقي $x = h \Rightarrow x = 4$

معادلة المحور التخيلي $y = k \Rightarrow y = 1$